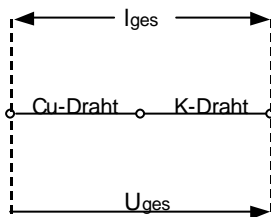


Elektrotechnik 1 (ET 1)
 Fachhochschule Gießen-Friedberg, Bereich Friedberg
 Fachbereich Informationstechnik-Elektrotechnik-Mechatronik
 1. Semester
 Prof. Dr.-Ing. R. Geißler

Übungsaufgaben mit Lösungen (*Klausurniveau*)

Üb. 1:

Ein Kupferdraht ($\alpha_{20,\text{Cu}} = 4 \cdot 10^{-3} / ^\circ\text{C}$, $\rho_{\text{Cu}} = 0,0178 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$) und ein Konstantandraht ($\alpha_{20,\text{K}} = -5 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, $\rho_{\text{K}} = 0,5 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$) mit den gleichen Querschnitten A sind in Serie geschaltet. Der Gesamtwiderstand der Serienschaltung beträgt $R_{\text{ges}} = 1 \text{ k}\Omega$ und ist unabhängig von Temperaturschwankungen. An der Serienschaltung liegt die Gesamtspannung $U_{\text{ges}} = 24 \text{ V}$. Die Gesamtlänge beider Drähte bei 20°C beträgt $l_{\text{ges}} = 100 \text{ m}$.



- a) Wie groß ist der Widerstand $R_{\text{K},20^\circ\text{C}}$ des Konstantandrahtes bei 20°C ?
 - a1) analytisch
 - a2) numerisch
- b) Welche Länge $l_{\text{Cu},20^\circ\text{C}}$ hat der Kupferdraht bei 20°C ?
 - b1) analytisch
 - b2) numerisch
- c) Wie groß ist die Stromdichte J ?
 - c1) analytisch
 - c2) numerisch

Lösung:

$$\text{a1) } R_{\text{K},20^\circ\text{C}} = \frac{R_{\text{ges}}}{1 - \frac{\alpha_{20,\text{K}}}{\alpha_{20,\text{Cu}}}}$$

$$\text{a2) } R_{\text{K},20^\circ\text{C}} = 987,65 \text{ } \Omega$$

$$\text{b1) } l_{\text{Cu},20^\circ\text{C}} = \frac{l_{\text{ges}}}{\frac{\rho_{\text{Cu},20^\circ\text{C}}}{\rho_{\text{Cu},20^\circ\text{C}}} \cdot \frac{R_{\text{K},20^\circ\text{C}}}{\rho_{\text{K},20^\circ\text{C}}} + 1}$$

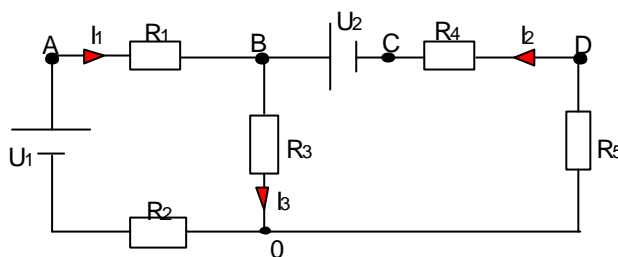
b2) $I_{Cu,20^\circ C} = 26 \text{ m}$

c1) $J = \frac{U_{ges}}{R_{ges} \cdot A_{Cu}}$

c2) $J = 0,64 \text{ A/mm}^2$

Üb. 2:

Die skizzierte Schaltung soll mit den Kirchhoff'schen Sätzen berechnet werden:



$R_1 = 100 \Omega, R_2 = 200 \Omega, R_3 = 300 \Omega,$
 $R_4 = 400 \Omega, R_5 = 500 \Omega, U_1 = 18 \text{ V},$
 $U_2 = 12 \text{ V}$

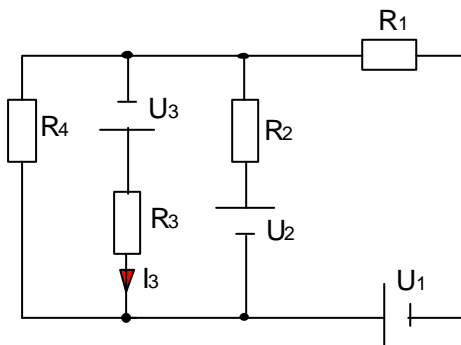
- Bestimmen Sie die Potentiale der Punkte A, B, C und D, wenn der Punkt 0 als Bezugspunkt gewählt wird.
- Auf welchen Wert muss die Spannung U_1 verändert werden, damit $I_1 = I_3$ gilt?

Lösung:

- $\Phi_A = 12,29 \text{ V}, \Phi_B = 9,43 \text{ V}, \Phi_C = -2,57 \text{ V}, \Phi_D = -1,43 \text{ V}$
- $U_1 = 24 \text{ V}$

Üb. 3:

Berechnen Sie mit Hilfe des Überlagerungssatzes den Strom I_3 .



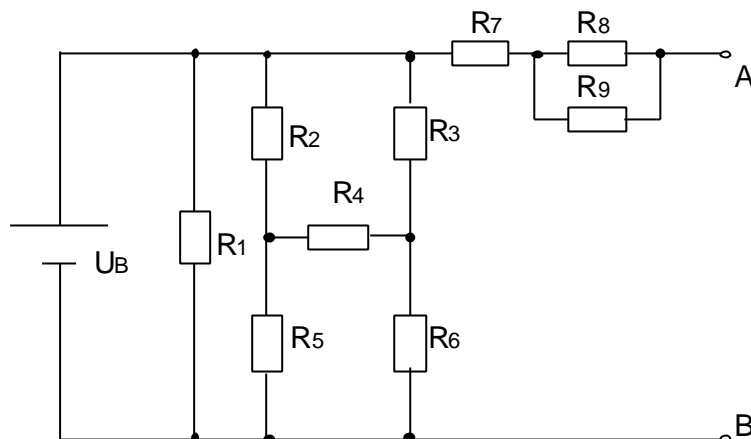
$U_1 = 6 \text{ V}, U_2 = 9 \text{ V}, U_3 = 12 \text{ V}, R_1 = 100 \Omega,$
 $R_2 = 0,2 \text{ k}\Omega, R_3 = 500 \Omega, R_4 = 0,25 \text{ k}\Omega$

Lösung:

$I_3 = 20,29 \text{ mA}$

Üb. 4:

Berechnen Sie für die Klemmen A-B der skizzierten Schaltung die Kenngrößen



$$\begin{aligned} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = \\ R_7 = R_8 = R_9 = 100 \, \Omega, \\ U_B = 12 \, \text{V} \end{aligned}$$

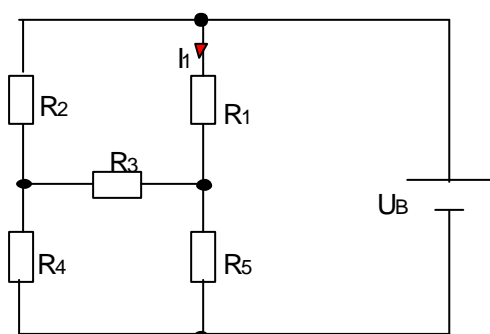
- Innenwiderstand R_i
- Leerlaufspannung U_L
- Kurzschlussstrom I_K einer Ersatzspannungs- und -stromquelle.
- Wie groß muss ein ohmscher Lastwiderstand R_a sein, damit an R_i und R_a die gleiche Leistung in Wärme umgesetzt wird?
- Wie groß ist für den Fall d) der Wirkungsgrad bei einer
 - Ersatzstromquelle?
 - Ersatzspannungsquelle?

Lösung:

- $R_i = 150 \, \Omega$
- $U_L = 12 \, \text{V}$
- $I_K = 80 \, \text{mA}$
- $R_a = 150 \, \Omega$
- $\eta_i = 50\%$
- $\eta_u = 50\%$

Üb. 5:

Berechnen Sie unter Anwendung der Zweipoltheorie den Strom I_1 .



$$\begin{aligned} R_1 = 100 \, \Omega, \quad R_2 = 400 \, \Omega, \quad R_3 = 200 \, \Omega, \quad R_4 = 300 \, \Omega, \\ R_5 = 500 \, \Omega, \quad U_B = 4,15 \, \text{V} \end{aligned}$$

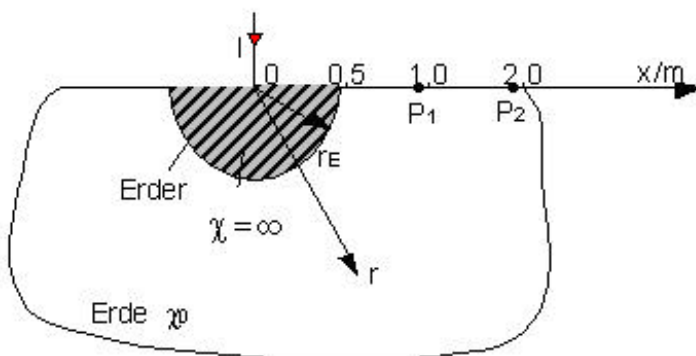
Lösung:

$$I_1 = 10 \text{ mA}$$

Üb. 6:

Der skizzierte halbkugelförmige Erder hat die Leitfähigkeit $\chi = 8$. Die Erde, die als homogen betrachtet wird, besitzt die Leitfähigkeit $\chi_0 = 0,01 \text{ Sm/mm}^2$. Zwischen den Punkten P_1 und P_2 wird eine Spannung $U = 80 \mu\text{V}$ gemessen.

- Wie groß ist der Strom I ?
- An welcher Stelle r tritt die maximale Feldstärke auf ?
- Berechnen Sie die maximale Feldstärke E_{\max} .



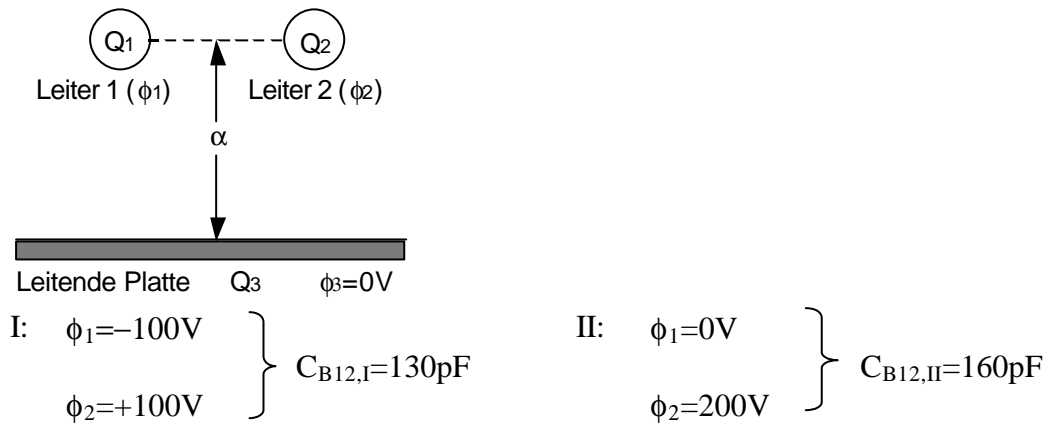
- An welcher Stelle r ist die Feldstärke auf 10% des Maximalwertes abgesunken?

Lösung:

- $I = 10,05 \text{ A}$
- $r = 0,5 \text{ m}$
- $E_{\max} = 0,64 \text{ mV/m}$
- $R = 1,58 \text{ m}$

Üb. 7:

Zwei Gleichstromleitungen haben den Abstand a zu einer leitenden Platte, die auf dem Potential $\Phi_3=0\text{V}$ liegt. Zwischen den Leitern 1 und 2 wirkt eine Teilkapazität C_{12} , zwischen Leiter 1 bzw. Leiter 2 und der leitenden Platte wirkt jeweils eine Teilkapazität C_{13} bzw. C_{23} . Für die folgenden Potentialverhältnisse wurden die Betriebskapazitäten C_{B12} zwischen den Leitern 1 und 2 gemessen:



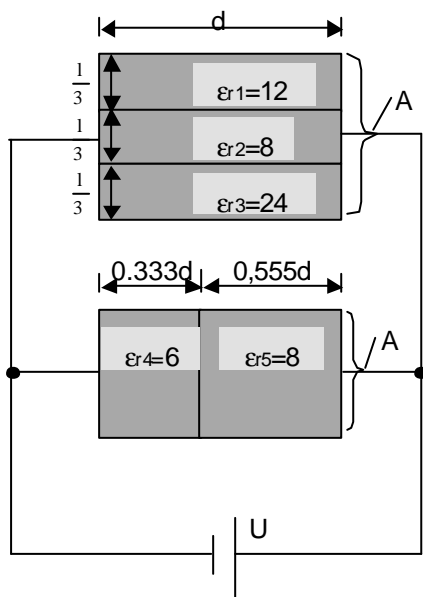
- a) Berechnen Sie die Teilkapazitäten C_{12} , C_{13} und C_{23} .
- b) Wie groß sind die Ladungen Q_1 , Q_2 und Q_3 für die Potentialverteilung
- b1) I ?
- b2) II ?

Lösung:

- a) $C_{12} = 100 \text{ pF}$, $C_{13} = 60 \text{ pF}$, $C_{23} = 60 \text{ pF}$
- b1) $Q_1 = -26 \text{ nAs}$, $Q_2 = 26 \text{ nAs}$, $Q_3 = 0$
- b2) $Q_1 = -20 \text{ nAs}$, $Q_2 = 32 \text{ nAs}$, $Q_3 = -12 \text{ nAs}$

Üb. 8:

Die beiden Kondensatoren mit längs- bzw. quergeschichtetem Dielektrikum liegen an der Spg. U , die Kondensatorfläche A ist bei beiden Kondensatoren gleich groß. Randeffekte können vernachlässigt werden. Das \vec{D} - bzw. \vec{E} -Feld im Dielektrikum $\epsilon_{r1}=12$ wird jeweils durch 3 Feldlinien charakterisiert.



- a) Zeichnen Sie quantitativ (Berechnung der Anzahl der Feldlinien) die \vec{D} - und \vec{E} -

© by O.Herzberger 2000

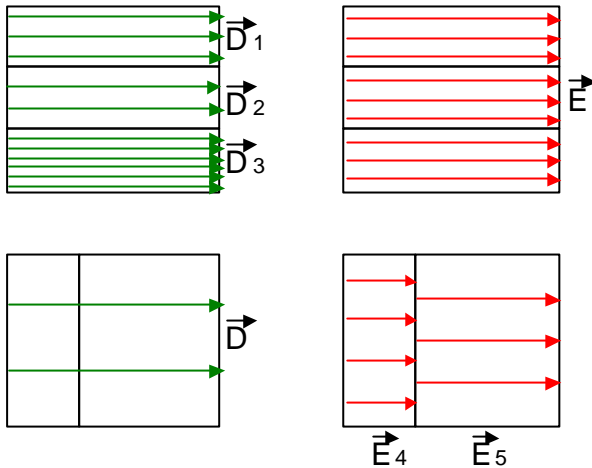
Überarbeitet von Markus Mattern 2002

Felder für die restlichen vier Dielektrika ϵ_{r2} bis ϵ_{r5} .

- b) Der quergeschichtete Kondensator ($\epsilon_{r4}, \epsilon_{r5}$) besitzt eine Kapazität $C_{11} = 1 \mu\text{F}$. Wie groß ist die Gesamtkapazität C_{ges} der Schaltung ?

Lösung:

a)



- b) $C_{\text{ges}} = 2,83 \mu\text{F}$

Üb. 9:

Durch eine Eindrahtleitung der Länge $l=1\text{km}$ fließt der Konstantstrom $I = 10 \text{ A}$. Der mittlere Temperaturkoeffizient der Leitung bei 20°C beträgt $0,45\%$ pro Grad. Bei $+40^\circ\text{C}$ beträgt die Stromdichte $J = 10 \text{ A/mm}^2$ und die Leitfähigkeit $\chi = 40 \text{ Sm/mm}^2$.

Wie groß ist der Spannungsabfall auf der Leitung bei -40°C ?

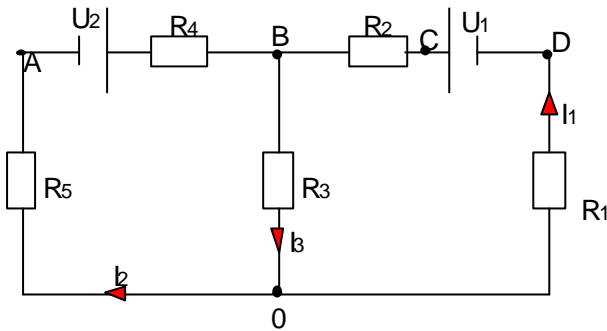
Lösung:

$$U_{-40^\circ\text{C}} = 167,4 \text{ V}$$

Üb. 10:

Die skizzierte Schaltung soll mit den Kirchhoff'schen Sätzen berechnet werden. Verwenden Sie bei der Berechnung die eingezeichneten Ströme.

$$R_1 = 100 \, \Omega, R_2 = 200 \, \Omega, R_3 = 300 \, \Omega, R_4 = 400 \, \Omega, R_5 = 500 \, \Omega, U_1 = 18 \, \text{V}, U_2 = 12 \, \text{V}$$



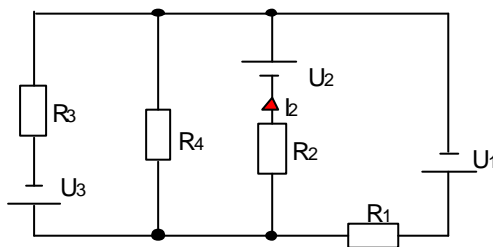
Bestimmen Sie die Potentiale der Punkte A, B, C und D, wenn der Punkt 0 als Bezugspunkt gewählt wird.

Lösung:

$$\varphi_A = -1,43 \, \text{V}, \varphi_B = 9,43 \, \text{V}, \varphi_C = 15,14 \, \text{V}, \varphi_D = -2,86 \, \text{V}$$

Üb. 11:

Berechnen Sie mit Hilfe des Überlagerungssatzes den numerischen Wert des Stromes I_2 .



$$U_1 = 6 \, \text{V}, U_2 = 9 \, \text{V}, U_3 = 12 \, \text{V}, R_1 = 100 \, \Omega, R_2 = 0,2 \, \text{k}\Omega, R_3 = 500 \, \Omega, R_4 = 0,25 \, \text{k}\Omega$$

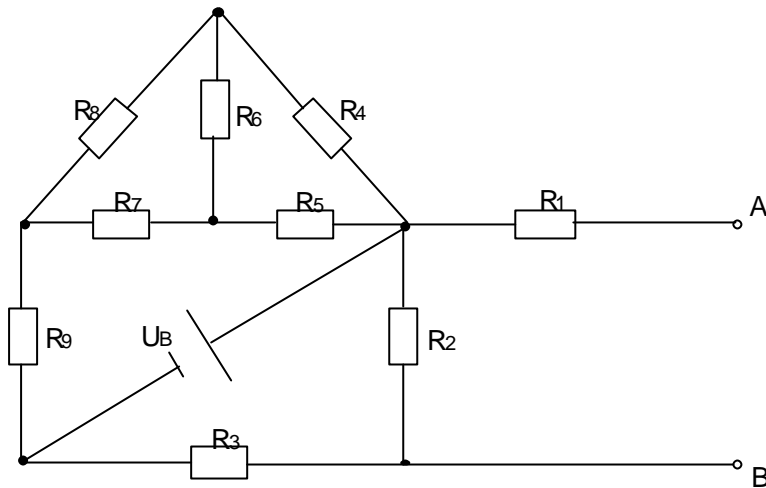
Lösung:

$$I_2 = 54,29 \, \text{mA}$$

Üb. 12:

Berechnen Sie für die Klemmen A-B der skizzierten Schaltung die Kenngrößen

- Innenwiderstand R_i
- Leerlaufspannung U_L
- Kurzschlussstrom I_K einer Ersatzspannungs- und -stromquelle.
- Ein Lastwiderstand R_a wird an die Klemmen A-B angeschlossen. Die Größe von R_a wird so gewählt, dass Leistungsanpassung herrscht. Wie groß ist der Strom I_{R_a} durch R_a ?



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 \\ = R_7 = R_8 = R_9 = 50 \Omega, \\ U_B = 12 \text{ V}$$

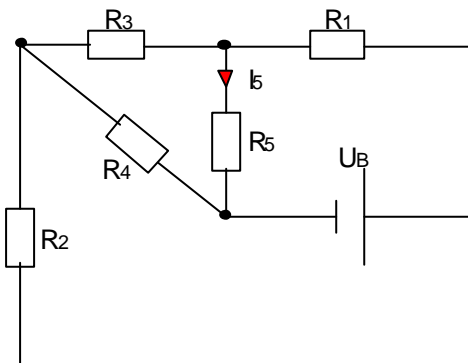
Lösung:

- $R_i = 75 \Omega$
- $U_L = 6 \text{ V}$
- $I_K = 80 \text{ mA}$
- $I_{Ra} = 40 \text{ mA}$

Üb. 13:

Berechnen Sie unter Anwendung der Zweipoltheorie den Strom I_5 .

- analytisch
- numerisch



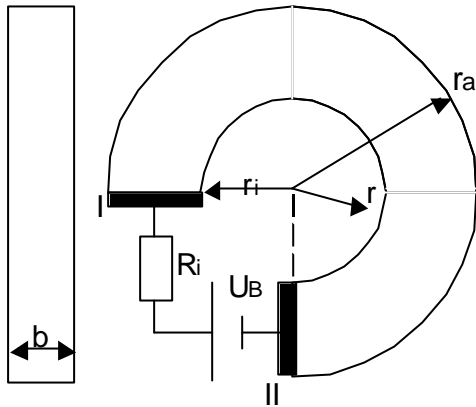
$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega, R_3 = 200 \Omega, \\ R_4 = 400 \Omega, R_5 = 100 \Omega, U_B = 6 \text{ V}$$

Lösung:

- $$I_5 = \frac{U_B [R_4 (R_1 + R_2 + R_3) + R_2 R_3]}{R_5 [R_4 (R_1 + R_2 + R_3) + R_2 (R_1 + R_3)] + R_1 [R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4]}$$
- $I_5 = 14,45 \text{ mA}$

Üb. 14:

Gegeben ist der skizzierte Kupferbügel mit der Leitfähigkeit $\chi = 56 \text{ Sm/mm}^2$ und der Dicke $b = 2 \text{ cm}$. Über die ideal leitenden Elektroden I und II ist der kreisförmige Kupferbügel ($r_i = 3 \text{ cm}$, $r_a = 3,5 \text{ cm}$) mit der Spannungsquelle ($R_i = 10 \text{ }\Omega$, $U_B = 6 \text{ V}$) verbunden.



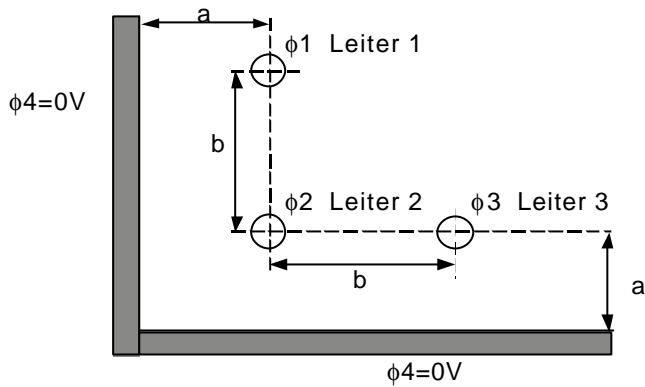
- Wie groß ist der im Kupferbügel fließende Strom?
- An welcher Stelle des Kupferbügels ist die Feldstärke E am größten?
- Berechnen Sie die maximale Feldstärke E_{\max} im Kupferbügel.
- An welcher Stelle r (numerisch) ist die Feldstärke E auf 90% des Maximalwertes abgesunken?

Lösung:

- $I = 0,6 \text{ A}$
- $r = r_i = 3 \text{ cm}$
- $E_{\max} = 1,15 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$
- $r = 3,33 \text{ cm}$

Üb. 15:

Drei Gleichstromleitungen haben den Abstand a zu einem leitenden Gehäuse, das auf dem Potential $\Phi_4 = 0 \text{ V}$ liegt. Zwischen den Leitern 1, 2 und 3 wirkt jeweils eine Teilkapazität C_{12} , C_{13} bzw. C_{23} ; zwischen dem Gehäuse und den Leitern 1, 2 und 3 wirkt jeweils eine Teilkapazität C_{14} , C_{24} bzw. C_{34} . Für die folgenden Potentialverhältnisse wurden die Betriebskapazitäten C_{B13} zwischen den Leitern 1 und 3 und C_{B12} zwischen den Leitern 1 und 2 gemessen.



I:	$\Phi_1 = -100V$	}	$C_{B13}^I = 100pF$	II:	$\Phi_1 = -200V$	}	$C_{B13}^{II} = 170pF$
	$\Phi_2 = 0V$				$\Phi_2 = 0V$		
	$\Phi_3 = +100V$				$\Phi_3 = 0V$		
III:	$\Phi_1 = 0V$	}	$C_{B13}^{III} = 1,7 \cdot C_{14}$	IV:	$\Phi_1 = 0V$	}	$C_{B12}^{IV} = 5,5 \cdot C_{12}$
	$\Phi_2 = 0V$				$\Phi_2 = 200V$		
	$\Phi_3 = 200V$				$\Phi_3 = 0V$		

Berechnen Sie die Teilkapazitäten C_{12} , C_{13} , C_{23} , C_{14} , C_{24} und C_{34} .

Lösung:

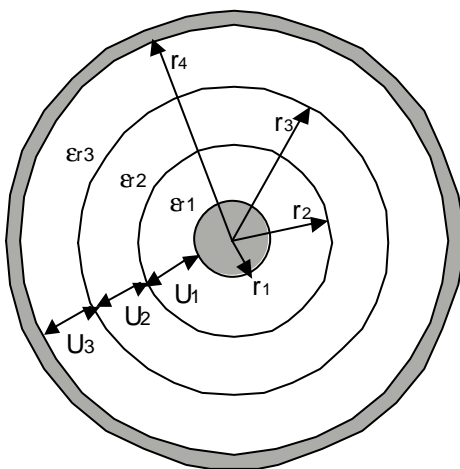
$C_{12} = 40 \text{ pF}$, $C_{13} = 30 \text{ pF}$, $C_{23} = 40 \text{ pF}$, $C_{14} = 100 \text{ pF}$, $C_{24} = 140 \text{ pF}$, $C_{34} = 100 \text{ pF}$

Üb. 16:

Gegeben ist das skizzierte konzentrische Kabel mit geschichteter Isolierzwischenschicht.

Zwischen Innen- und Außenleiter liegt die Spannung $U = 700 \text{ V}$.

- Berechnen Sie die Spannungen U_1 , U_2 und U_3 .
- Berechnen Sie die elektr. Feldstärken in V/mm an den Orten $r_1 + \Delta$, $r_2 - \Delta$, $r_2 + \Delta$, $r_3 - \Delta$, $r_3 + \Delta$, $r_4 - \Delta$ mit $\Delta \rightarrow 0$.



$r_1 = 1 \text{ cm}$, $r_2 = 2 \text{ cm}$, $r_3 = 3 \text{ cm}$, $r_4 = 4 \text{ cm}$, $\epsilon_{r1} = 6$,
 $\epsilon_{r2} = 4$, $\epsilon_{r3} = 2$

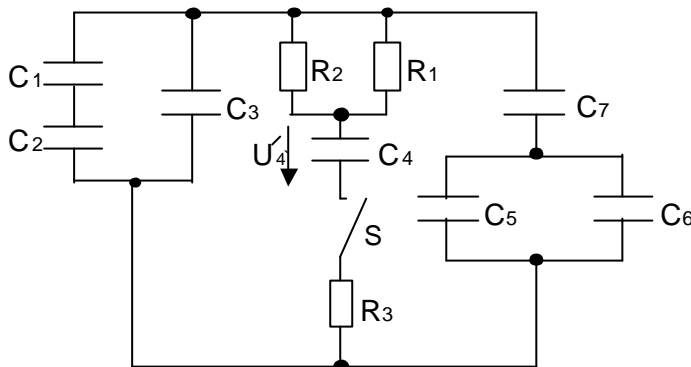
Lösung:

- a) $U_1 = 224,17 \text{ V}$, $U_2 = 196,71 \text{ V}$, $U_3 = 279,12 \text{ V}$
 b) $E(r_1+\Delta) = 32,34 \text{ V/mm}$, $E(r_2-\Delta) = 16,17 \text{ V/mm}$, $E(r_2+\Delta) = 24,26 \text{ V/mm}$,
 $E(r_3-\Delta) = 16,17 \text{ V/mm}$, $E(r_3+\Delta) = 32,34 \text{ V/mm}$, $E(r_4-\Delta) = 24,26 \text{ V/mm}$

Üb. 17:

Bei geöffnetem Schalter S liegt an dem Kondensator C_4 die Spannung $U'_4 = 20\text{V}$; die restlichen Kondensatoren sind entladen. Der Schalter S wird geschlossen und danach solange gewartet, bis kein Strom mehr fließt.

Welche Energien W_1 , W_2 und W_3 wurden in den Widerständen R_1 , R_2 und R_3 in Wärme umgesetzt?



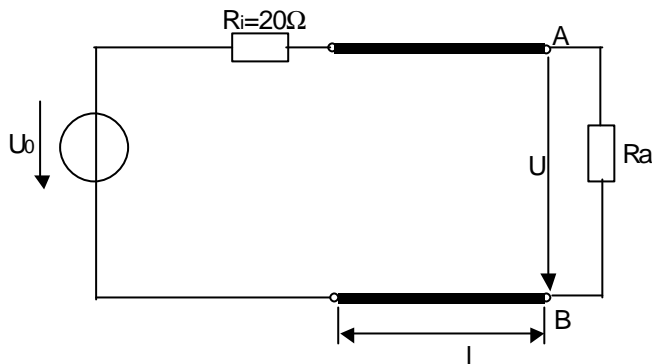
$C_1 = 3 \mu\text{F}$,	$C_2 = 1 \mu\text{F}$,	$C_3 = 2 \mu\text{F}$,	$C_4 = 7 \mu\text{F}$,	$C_5 = 4 \mu\text{F}$,
$C_6 = 6 \mu\text{F}$,	$C_7 = 5 \mu\text{F}$,	$R_1 = 3 \text{ k}\Omega$,	$R_2 = 5 \text{ k}\Omega$,	$R_3 = 4 \text{ k}\Omega$

Lösung:

$$W_1 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ Ws}, \quad W_2 = 0,78 \cdot 10^{-4} \text{ Ws}, \quad W_3 = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ Ws},$$

Üb. 18:

Ein Generator und ein Verbraucher, deren Umgebungstemperaturen konstant sind, werden durch eine Fernleitung der Länge $l = 200 \text{ km}$ und des Querschnitts $A = 5 \text{ mm}^2$ verbunden. Der mittlere Temperaturkoeffizient der Fernleitung bei 20°C beträgt $4,2 \cdot 10^{-3}/^\circ\text{C}$. Im Sommerbetrieb ($\vartheta = 50^\circ\text{C}$) erhält man am Verbraucher R_a eine maximale Leistung $P_{R_a, \text{max}} = 15 \text{ kW}$, wenn man den Lastwiderstand $R_a = 70 \Omega$ wählt.



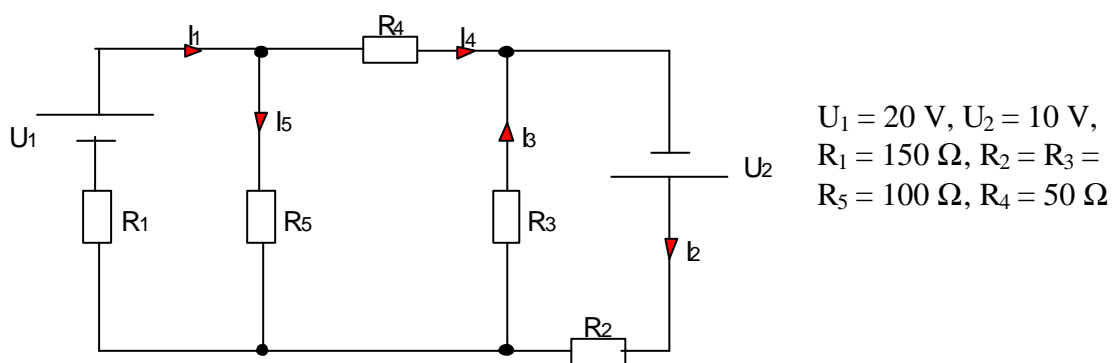
- a) Berechnen Sie für den Sommerbetrieb
 - a1) die Klemmenspannung U ,
 - a2) die Stromdichte J auf der Fernleitung.
- b) Wie groß ist die Generatorleerlaufspg. U_0 ?
- c) Welche Leistung wird im Winterbetrieb ($\vartheta = -20\text{ }^{\circ}\text{C}$) an den Verbraucher $R_a = 70\text{ }\Omega$ abgegeben?

Lösung:

- a1) $U = 1024,7\text{ V}$
- a2) $J = 2,93\text{ A/mm}^2$
- b) $U_0 = 2049,4\text{ V}$
- c) $P_{R_a} = 18,24\text{ kW}$

Üb. 19:

Die skizzierte Schaltung soll mit den Kirchhoff'schen Sätzen berechnet werden. Verwenden Sie bei der Berechnung die eingezeichneten Ströme. Wie groß ist der numerische Wert des Stromes I_3 ?



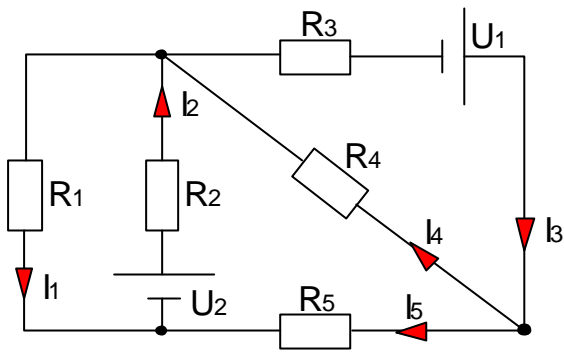
$$U_1 = 20\text{ V}, U_2 = 10\text{ V}, \\ R_1 = 150\text{ }\Omega, R_2 = R_3 = \\ R_5 = 100\text{ }\Omega, R_4 = 50\text{ }\Omega$$

Lösung:

$$I_3 = 9,38\text{ mA}$$

Üb. 20:

Berechnen Sie mit Hilfe des Überlagerungssatzes den numerischen Wert des Stromes I_4 .
Verwenden Sie zur Berechnung die eingezeichneten Strompfeile.



$$R_1 = R_3 = R_4 = 100 \, \Omega, R_2 = 150 \, \Omega, R_5 = 50 \, \Omega, \\ U_1 = 10 \, \text{V}, U_2 = 20 \, \text{V}$$

Lösung:

$$I_4 = 9,4 \, \text{mA}$$