

Üb. 5.2.1/1:

- a) Die Geschwindigkeit v_1 , die ein Elektron beim Durchlaufen des Potentialunterschiedes U_a erreicht, berechnet sich aus dem Energiegleichgewicht:

Verlust an potentieller Energie W_{pot} ist gleich dem Gewinn an kinetischer Energie

$$W_{kin} = \frac{m_0 v_1^2}{2}$$

$$W_{pot} = \int_0^L F \cdot ds \quad F = e \cdot E \quad U_a = \int_0^L E \cdot ds = E \cdot L \quad \Rightarrow E = \frac{U_a}{L}$$

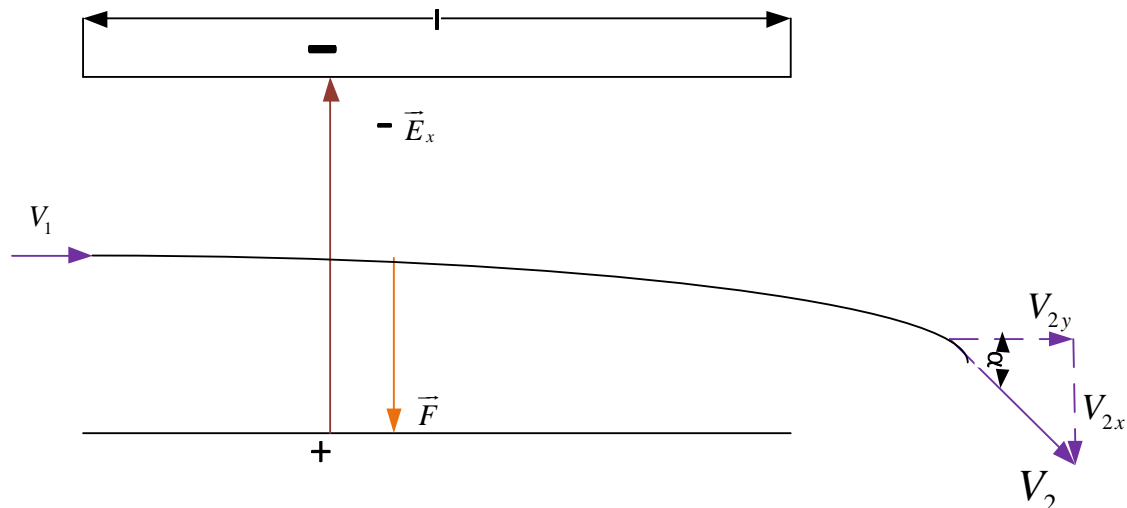
$$\Rightarrow F = e \cdot \frac{U_a}{L}$$

$$W_{pot} = F \cdot L = \frac{e \cdot U_a}{L} \cdot L = e \cdot U_a$$

$$e \cdot U_a = \frac{m_0 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_a}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Asec} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$v_1 = 26524,655 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$$

b1)



siehe Bsp. 5.2.1/3:

$$F = e \cdot E_x = m_0 \cdot a$$

Beschleunigung findet nur in x-Richtung statt.

$$a_x = \frac{e \cdot E_x}{m_0} \quad a_y = 0$$

$$v = \int a \cdot dt + v_0$$

$$v_x = \frac{e \cdot E_x}{m_0} \cdot t$$

$$v_y = v_1$$

$$v_{2y} = v_y = v_1 = \text{const.}$$

$$v_{2x} = v_{x(t_2)} = \frac{e \cdot E_x}{m_0} \cdot t_2$$

$$t_2 = \frac{l}{v_1}$$

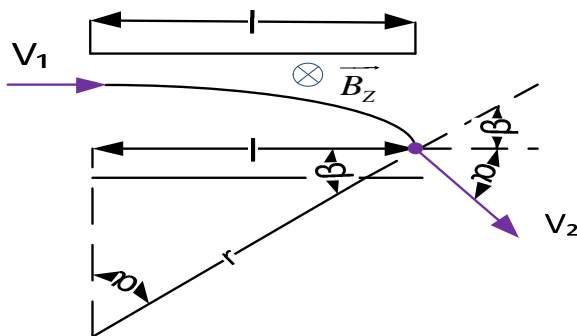
$$V_{2x} = \frac{e \cdot E_x}{m_0} \cdot \frac{l}{V_1}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{V_{2x}}{V_{2y}} = \frac{\frac{e \cdot E_x}{m_0} \cdot \frac{l}{V_1}}{V_1} = \frac{e \cdot l \cdot E_x}{m_0 \cdot V_1^2} = \frac{e \cdot l \cdot E_x}{m_0 \cdot \frac{2 \cdot l \cdot E_x}{m_0}} = \frac{l \cdot E_x}{2 \cdot U_a}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{Asec} \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot 4,16 \cdot 10^{-4} \text{V/m}}{9,108 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{\text{V} \cdot \text{Asec}^3}{\text{m}^2} \cdot (2,6524655 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}})^2} = 0,364$$

$$\tan(\alpha) = \frac{3,5 \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot 4,16 \cdot 10^4 \text{V}}{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{V}} = 0,364 \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

b2)



Aus Bsp. 5.2.1/3 $r = \frac{m_0 \cdot V_1}{e \cdot B_z}$

$$\sin(\alpha) = \frac{l}{r} = \frac{l \cdot e \cdot B_z}{m_0 \cdot V_1}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{3,5 \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{Asec} \cdot 3,05 \cdot 10^{-3} \text{Vsec}}{9,108 \cdot 10^{-31} \frac{\text{V} \cdot \text{Asec}^3}{\text{m}^2} \cdot 2,6524655 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot \text{m}^2} = 0,7078$$

$$\alpha = 45,06^\circ$$

c1) $V_{2x} = \frac{e \cdot E_x}{m_0} \cdot \frac{l}{V_1} \cdot \frac{V_1}{V_1} = \frac{e \cdot E_x \cdot l \cdot V_1}{m_0 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U_a}{m_0}} = \frac{E_x \cdot l \cdot V_1}{2 \cdot U_a} = \tan(\alpha) \cdot V_1$

$$V_{2x} = 0,364 \cdot V_1$$

$$V_{2y} = V_1 \quad V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \sqrt{\tan^2(\alpha) \cdot V_1^2 + V_1^2} = V_1 \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}$$

$$V_2 = 26524,655 \frac{\text{km}}{\text{sec}} \cdot \sqrt{1 + 0,364^2} = 28227,218 \frac{\text{km}}{\text{sec}} = f(\alpha)$$

c2) $V_2 = V_1$

Vorteile: gleiche Bildhelligkeit

größerer Ablenkwinkel bei gleicher Baugröße

Nachteil: niedrigere Grenzfrequenz durch Induktivitäten

Üb. 5.2.3.1/1:

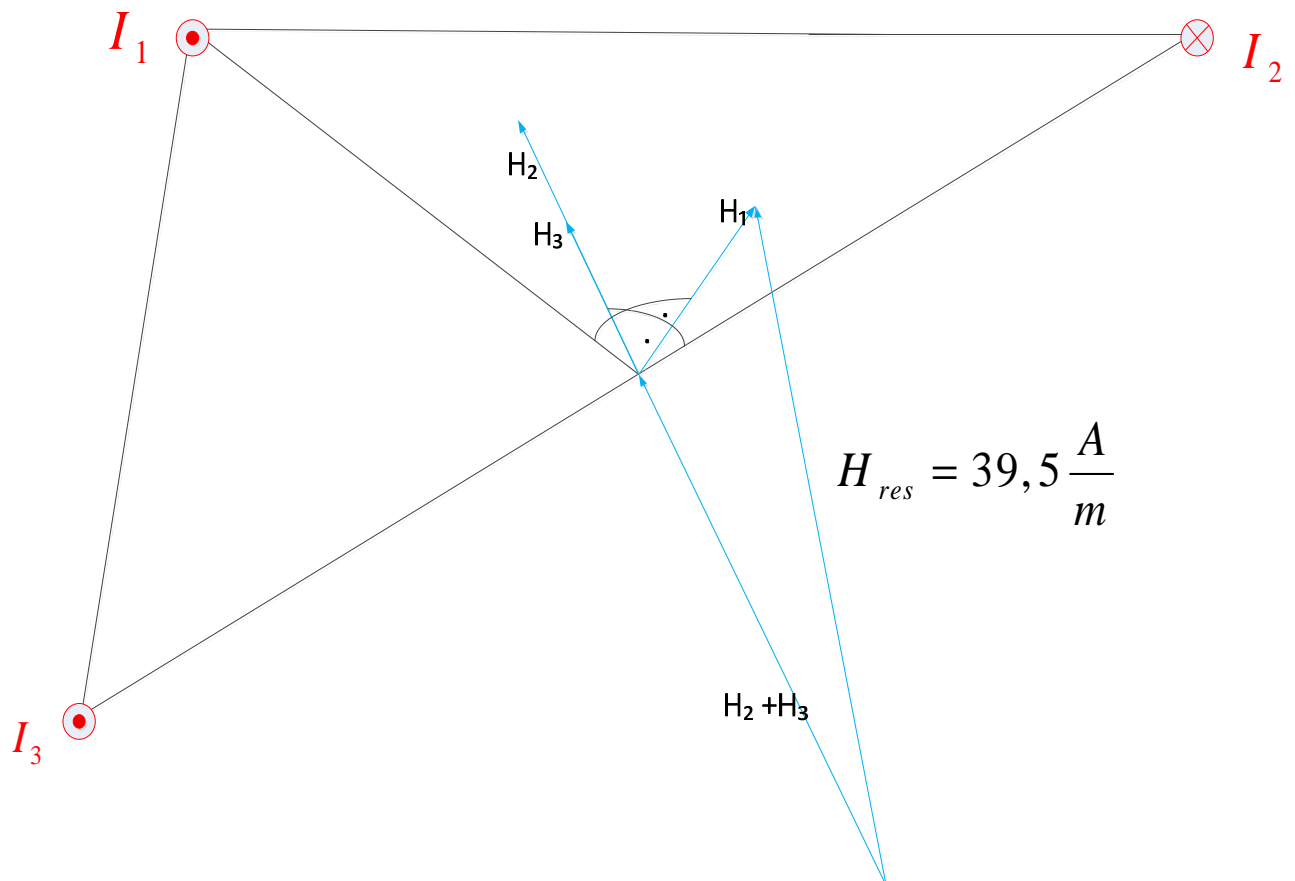
Abgelesen $r_1 = 345 \text{ mm}$

Aus Bsp. 5.2.3.1/1: $H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_1} = \frac{20 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 34,5 \text{ cm}} = 9,23 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

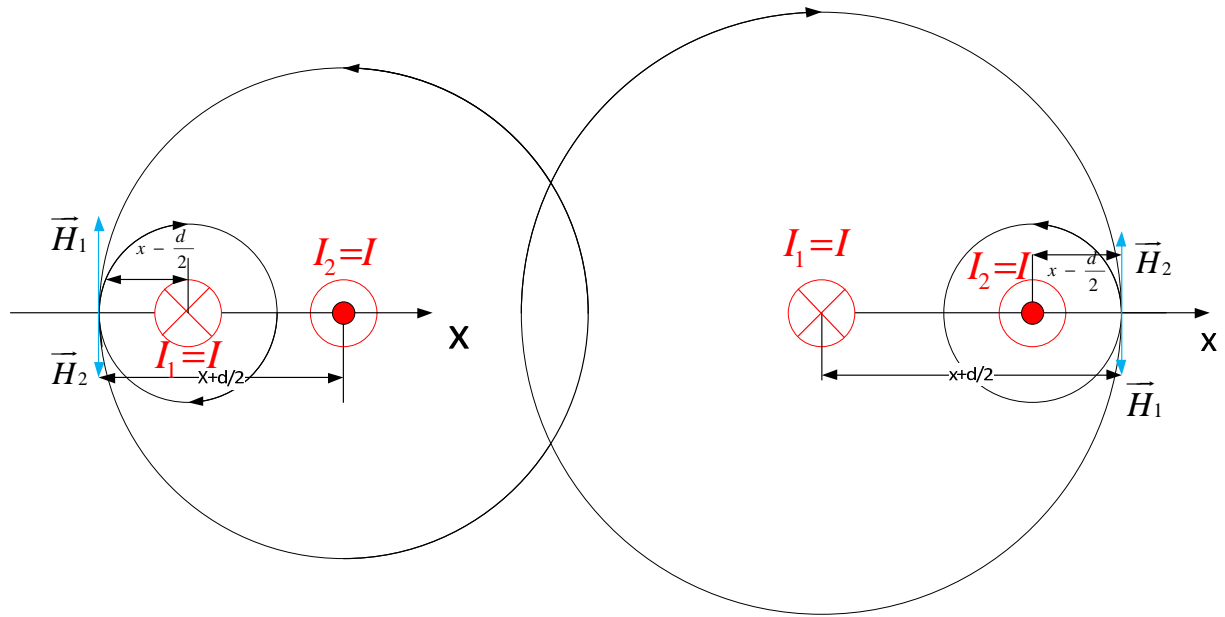
$$H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_2} = \frac{55 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 41,5 \text{ cm}} = 21,1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_3 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_3} = \frac{35 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 41,5 \text{ cm}} = 13,4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$



Üb. 5.2.3.1/2:

a) Aus Bsp. 5.2.3.1/1: $H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$



$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi (x - \frac{d}{2})}$$

$$H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi (x + \frac{d}{2})}$$

$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi (x + \frac{d}{2})}$$

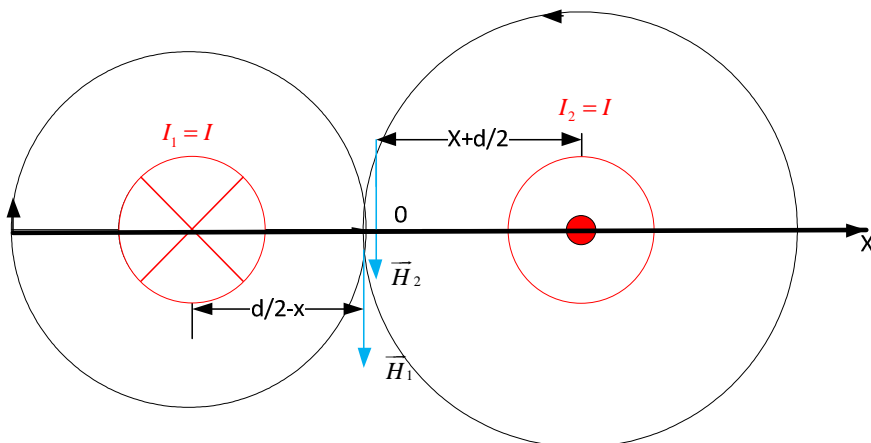
$$H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi (x - \frac{d}{2})}$$

$$H_{ges} = H_1 - H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{x - \frac{d}{2}} - \frac{1}{x + \frac{d}{2}} \right]$$

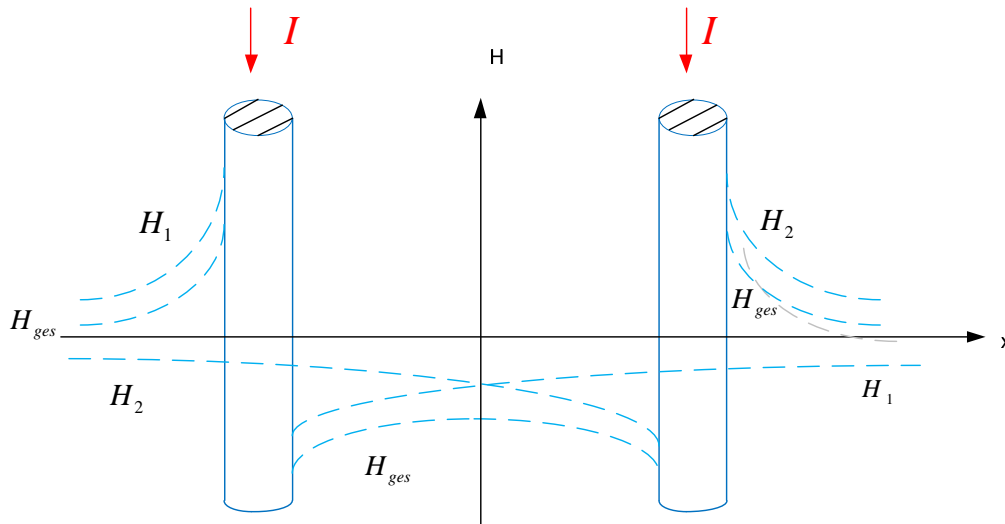
$$= \frac{I}{2 \cdot \pi} \frac{d}{x^2 - (\frac{d}{2})^2}$$

$$H_{ges} = H_2 - H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{x - \frac{d}{2}} - \frac{1}{x + \frac{d}{2}} \right]$$

$$= \frac{I}{2 \cdot \pi} \frac{d}{x^2 - (\frac{d}{2})^2}$$



$$H_{ges} = -H_1 - H_2 = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{\frac{d}{2} - x} + \frac{1}{x + \frac{d}{2}} \right] = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{x + \frac{d}{2} + \frac{d}{2} - x}{-x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \right] = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{d}{x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$



Liegen die Leitungen sehr dicht beieinander ($d \rightarrow 2R$), so heben sich im Außenraum beide Feldanteile nahezu auf. Wo man die störende Wirkung eines magn. Außenfeldes vermeiden will, verdrillt man daher eine solche gegenseitig stromführende Leitung.

b)



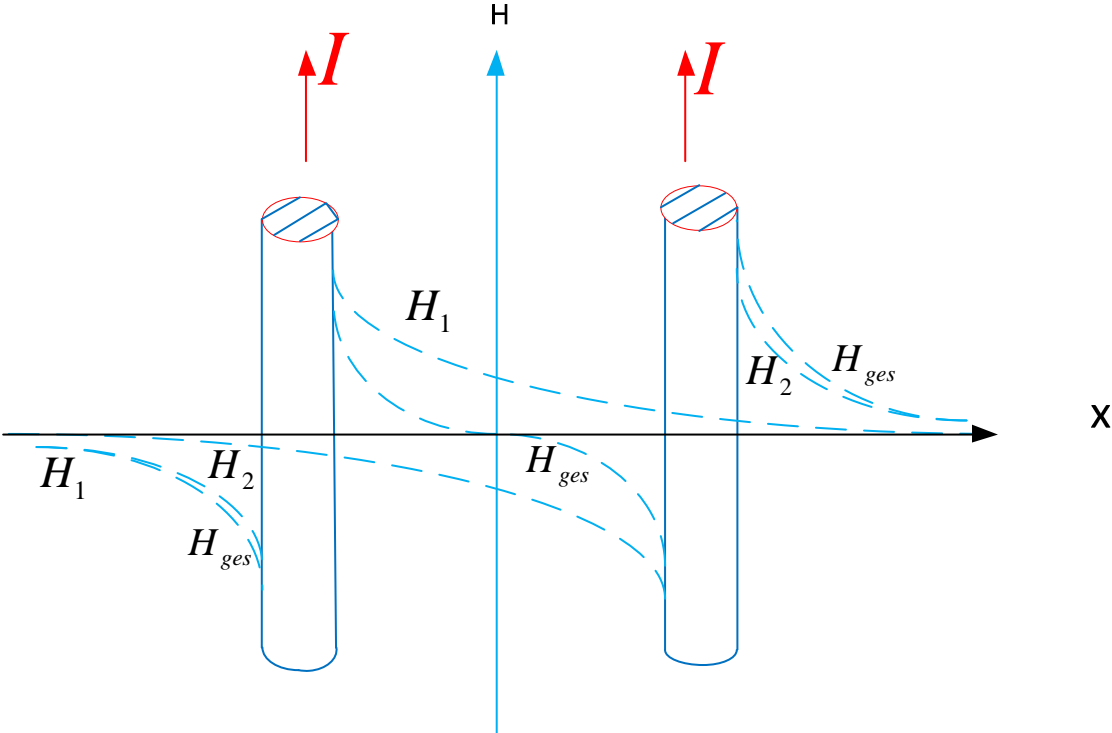
⇒ die Richtung von H_1 ist entgegengesetzt wie bei a)

Außerhalb der beiden Leiter:

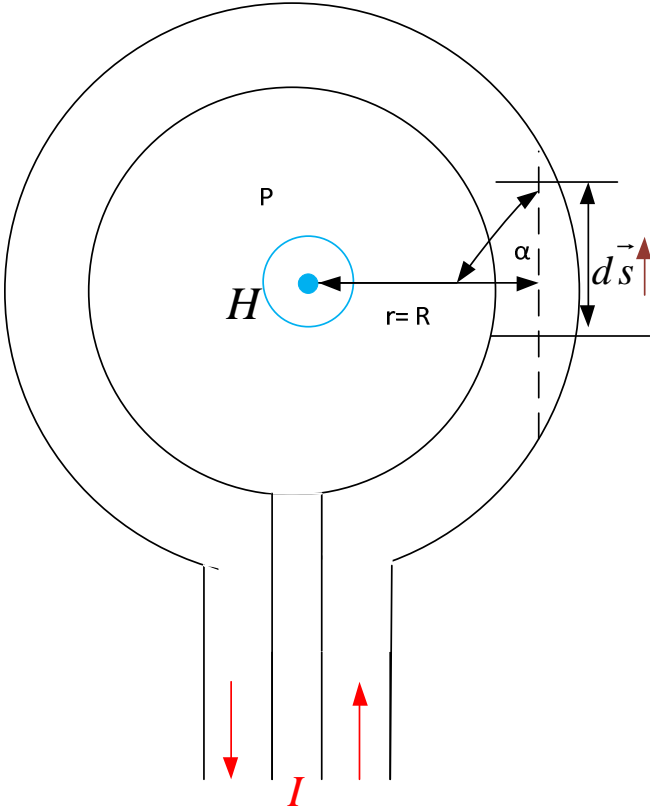
$$H_{ges} = -H_1 - H_2 = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{x - \frac{d}{2}} - \frac{1}{x + \frac{d}{2}} \right] = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{2 \cdot x}{x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Zwischen den beiden Leitern:

$$H_{ges} = H_1 - H_2 = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{1}{x - \frac{d}{2}} + \frac{1}{x + \frac{d}{2}} \right] = \frac{-I}{2 \cdot \pi} \left[\frac{-\frac{d}{2} - x + \frac{d}{2} + x}{-x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \right] = -\frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{2 \cdot x}{x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$



Üb. 5.2.3.2/1:

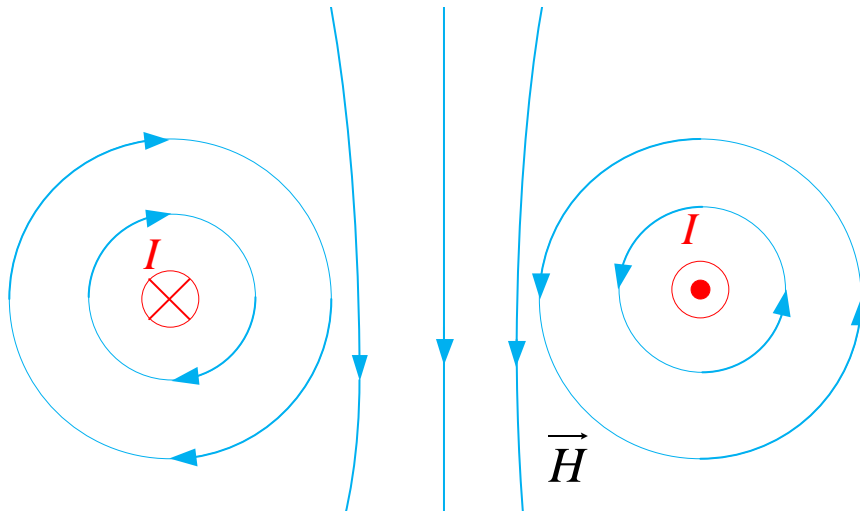


$$\alpha = (\nabla d\vec{s}, \vec{r}) = 90^\circ = const.$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = |d\vec{s}| \cdot |\vec{r}| \cdot \sin(90^\circ) = ds \cdot r = ds \cdot R$$

$$\text{Aus (5.2.3.2/1)} \quad H = \frac{I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi R} \frac{ds \cdot R}{R^3} = \frac{I}{4\pi \cdot R^2} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{I}{4\pi \cdot R^2} \cdot [s]_0^{2\pi R}$$

$$H = \frac{I}{\underbrace{4\pi R^2}_{2R}} \cdot 2\pi R = \frac{I}{2R}$$



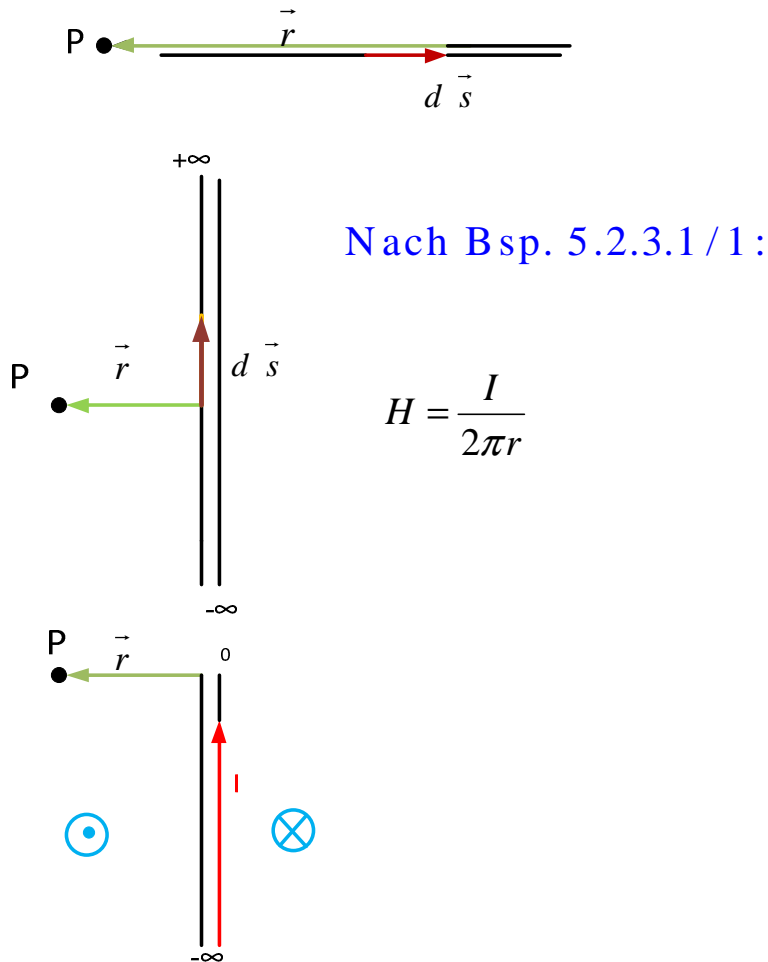
Üb. 5.2.3.2/2:

$$\text{Aus (5.2.3.2/1)} \quad \vec{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \oint \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{s} \parallel \vec{r} \quad \angle d\vec{s}, \vec{r} = 180^\circ \Rightarrow \sin(180^\circ) = 0$$

$$\Rightarrow d\vec{s} \times \vec{r} = 0$$

\Rightarrow der horizontale Draht erzeugt im Punkt P kein Magnetfeld.



Da nur noch die halbe Leiterlänge wirkt, gilt

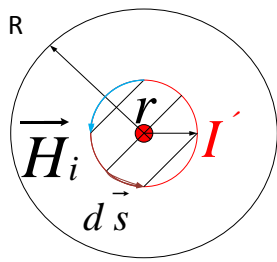
$$\vec{H} = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot r} \vec{e}_z \text{ Rechte Handregel}$$

$$H = \frac{1 \text{ A}}{4 \cdot \pi \cdot 0,1 \text{ m}} = 0,796 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\vec{H} = 0,796 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot \vec{e}_z$$

Üb. 5.3.1.1/1:

$$0 \leq r \leq R: J = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi \cdot R^2} = \frac{I'}{\pi r^2} \Rightarrow I' = I \left(\frac{r}{R}\right)^2$$



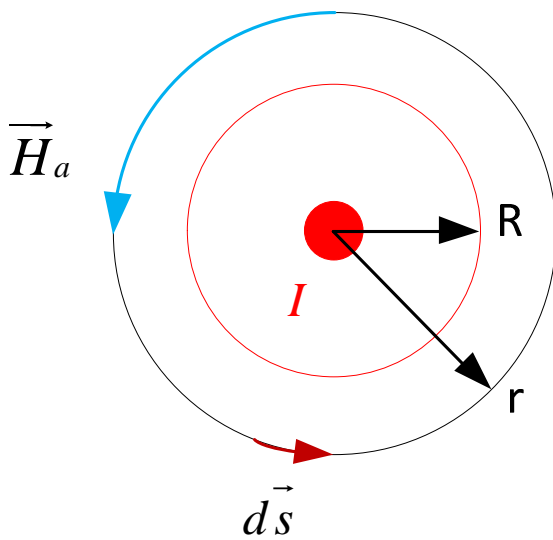
$$\oint \vec{H}_i \cdot d\vec{s} = H_i \cdot \int_0^{2\pi} r \cdot d\varphi = H_i \cdot 2\pi r = \sum I = I \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

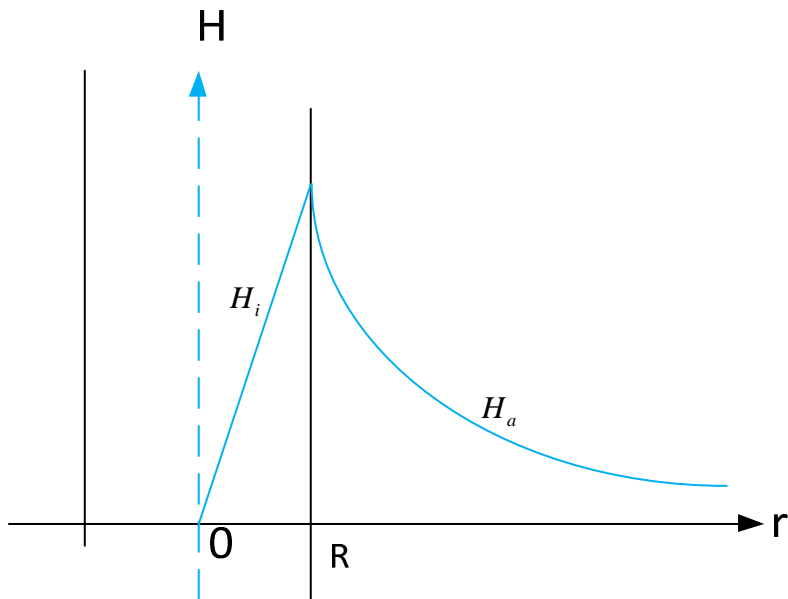
$$H_i = \frac{I \cdot r^2}{2\pi r R^2} = \frac{I}{2\pi R^2} \cdot r$$

$$R \leq r \leq \infty$$

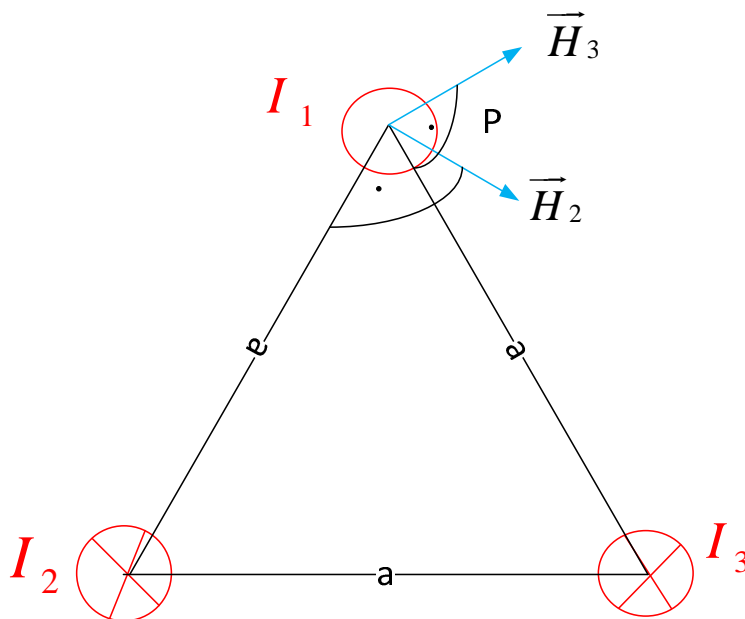
$$\oint \vec{H}_a \cdot d\vec{s} = H_a \cdot 2\pi r = \sum I = I$$

$$H_a = \frac{I}{2\pi r}$$



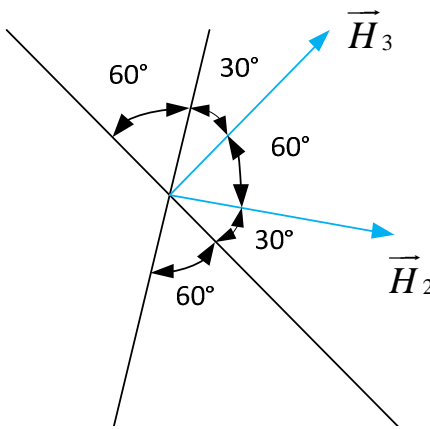


Üb. 5.3.1.1/2:



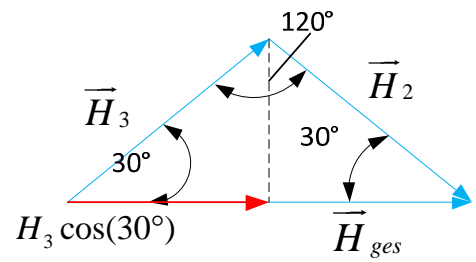
Punkt P liegt in der Mitte vom Leiter 1, so dass dieser selbst keinen Beitrag liefert.

$$H_2 = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot a}, \quad H_3 = \frac{I_3}{2 \cdot \pi \cdot a}$$

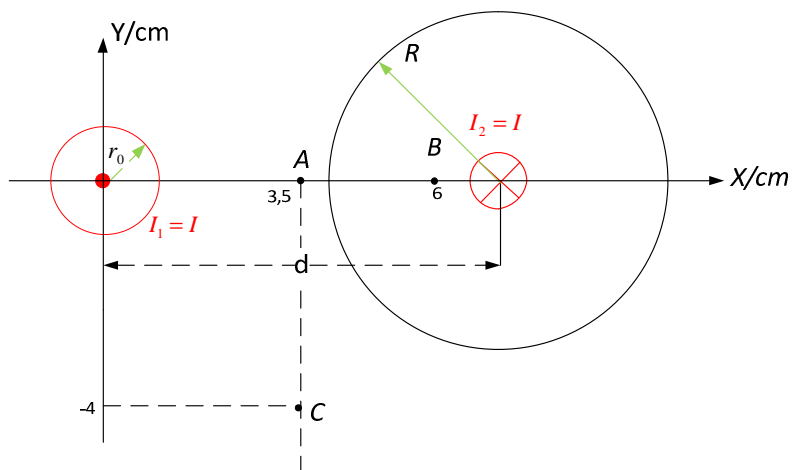


$$H_{ges} = 2 \cdot H_3 \cdot \cos(30^\circ) = 2 \cdot \frac{I_3}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \cos(30^\circ)$$

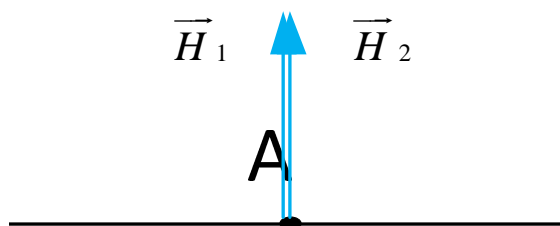
$$H_{ges} = \frac{100 \text{ A}}{\pi \cdot 0,3 \text{ m}} \cdot 0,866 = 91,89 \frac{\text{ A}}{\text{ m}}$$



Üb. 5.3.1.1/3:



a1)

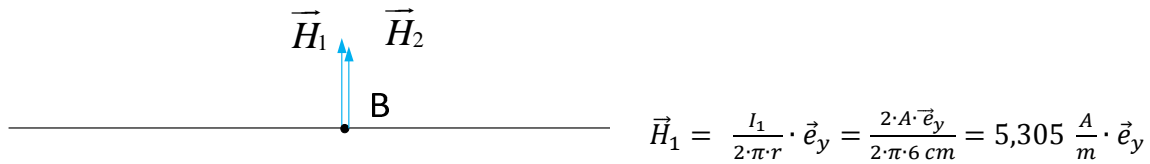


$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \vec{e}_y = \frac{2 \cdot A \cdot \vec{e}_y}{2 \cdot \pi \cdot 3,5 \text{ cm}} = 9,095 \frac{\text{ A}}{\text{ m}} \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \vec{e}_y = \frac{2 \cdot A \cdot \vec{e}_y}{2 \cdot \pi \cdot 3,5 \text{ cm}} = 9,045 \frac{\text{ A}}{\text{ m}} \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_{gesA} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \mathbf{18,19} \frac{A}{m} \vec{e}_y$$

a2)



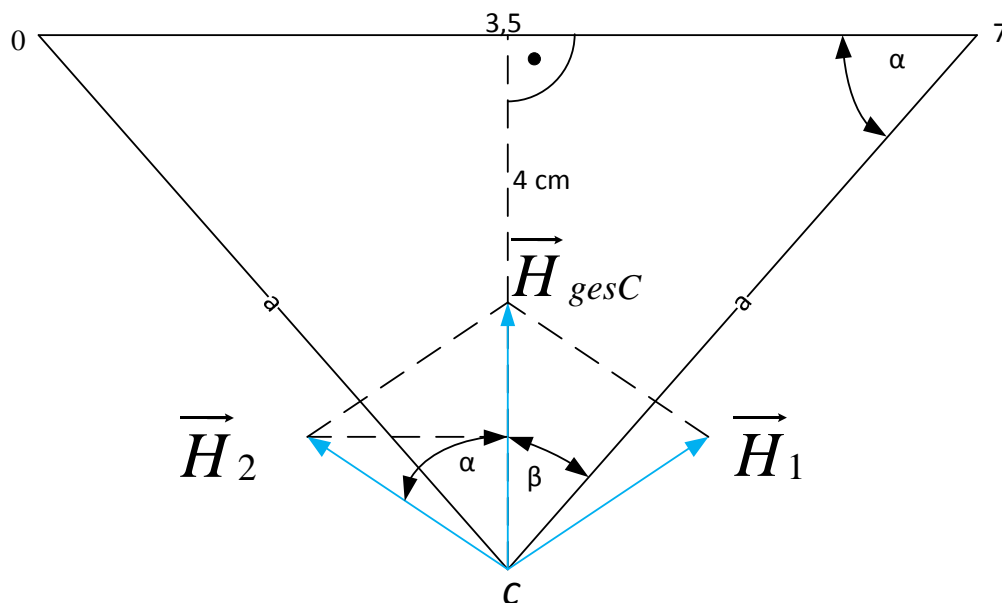
Aus Übungsaufgabe 5.3.1.1/1

$$H_i = \frac{l}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot r \Rightarrow \vec{H}_2 = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot r \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_2 = \frac{2 \cdot A \cdot 1 \text{ cm}}{2 \cdot \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2} \cdot \vec{e}_y = 5,093 \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_{gesB} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \mathbf{10,398} \frac{A}{m} \vec{e}_y$$

a3)



$$a = \sqrt{3,5^2 + 4^2} \text{ cm} = 5,315 \text{ cm}$$

$$H_1 = H_2 = \frac{2 \cdot A}{2 \cdot \pi \cdot 5,315 \text{ cm}} = 5,989 \frac{A}{m}$$

$$\cos(\beta) = \frac{4 \text{ cm}}{5,315 \text{ cm}} = 0,753 \Rightarrow \beta = 41,185^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 48,815^\circ$$

$$\vec{H}_{gesC} = 2 \cdot H_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \vec{e}_y = 2 \cdot 5,989 \frac{A}{m} \cdot 0,6585 \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_{gesC} = 7,887 \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_y$$

b) \vec{H}_1 und \vec{H}_2 haben unterschiedliche Richtung für $x > 7\text{cm}$

$x < 0\text{ cm}$

für $x > (7\text{cm}+R)$ ist $|\vec{H}_2| > |\vec{H}_1|$

für $x < (0-r_0)$ ist $|\vec{H}_1| > |\vec{H}_2|$

⇒ Zwei Gebiete können die Forderung erfüllen

1.Gebiet: $7\text{ cm} < x < 7\text{ cm} + R = 9,5\text{ cm}$

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot \vec{e}_y \quad \vec{H}_2 = -\frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot (x - d) \cdot \vec{e}_y$$

$$|\vec{H}_1| = |\vec{H}_2|$$

$$\frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} = \frac{I \cdot (x - d)}{2 \cdot \pi \cdot R^2}$$

$$x^2 - xd = R^2$$

$$x^2 - xd - R^2 = 0$$

$$x_{12} = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2} = 3,5\text{ cm} \pm \sqrt{3,5^2 + 2,5^2}\text{ cm}$$

$$x_{12} = (3,5 \pm 4,3)\text{ cm}$$

$$x_1 = 7,8\text{ cm}$$

$x_2 = -0,8\text{ cm}$ nicht im Definitionsbereich.

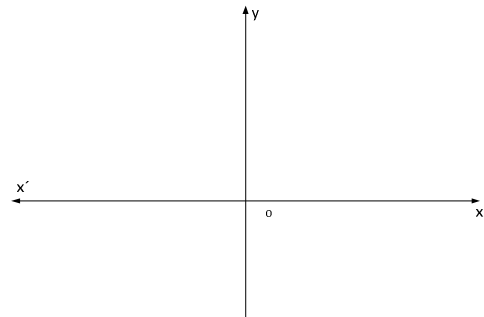
2.Gebiet

$$-r_0 < x < 0$$

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1 \cdot x \cdot \vec{e}_y}{2 \cdot \pi \cdot r_0^2} \quad \vec{H}_2 = \frac{I_2 \cdot \vec{e}_y}{2 \cdot \pi \cdot (d - x)}$$

($x < 0$, negative y-Richtung) ($x < 0$, positive y-Richtung)

$$|\vec{H}_1| = |\vec{H}_2|$$



$$\frac{I \cdot x'}{2 \cdot \pi \cdot r_0^2} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot (d + x')}$$

$$x'(d + x') = r_0^2$$

$$x'^2 + x'd - r_0^2 = 0$$

$$x'_{12} = -\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + r_0^2}$$

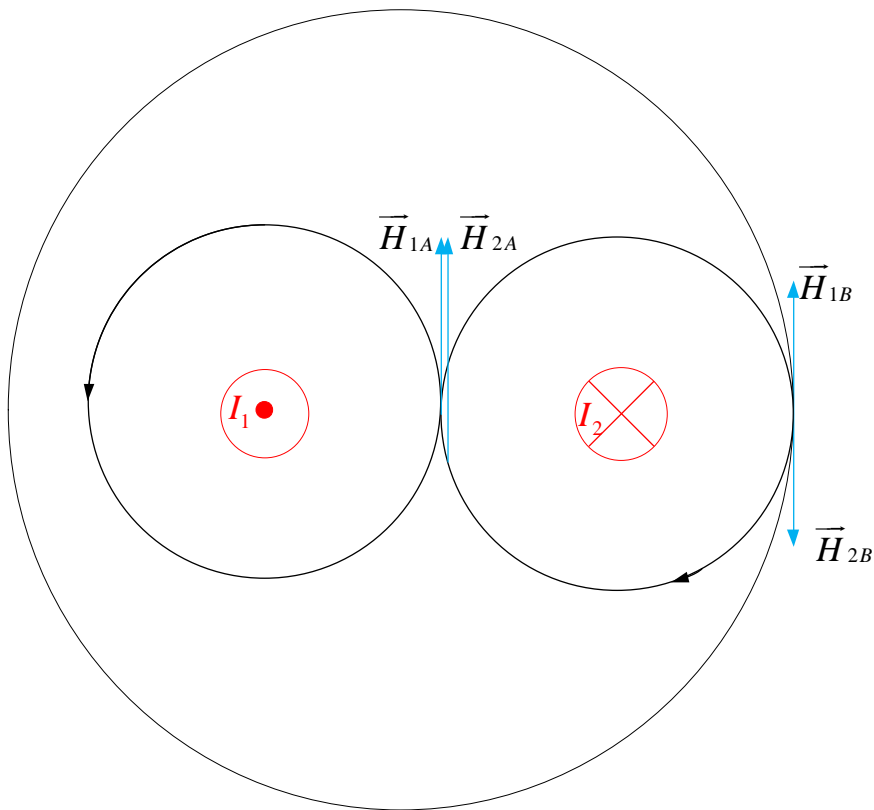
$$x'_{12} = -3,5\text{ cm} \pm \sqrt{3,5^2 + 0,5^2}\text{ cm}$$

$$x'_{12} = (-3,5 \pm 3,5355)\text{ cm}$$

$$x'_1 = 0,03553\text{ cm}$$

$x'_2 = -7,036\text{ cm}$ nicht im Definitionsbereich.

Üb. 5.3.1.1/4:



$$H_{1A} = \frac{I}{2\pi r} = \frac{200 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 15 \text{ mm}} = 2,122 \frac{\text{A}}{\text{mm}} = H_{2A}$$

$$H_A = H_{1A} + H_{2A} = 4,244 \frac{\text{A}}{\text{mm}}$$

$$H_{1B} = \frac{200 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 45 \text{ mm}} = 0,70735 \frac{\text{A}}{\text{mm}}$$

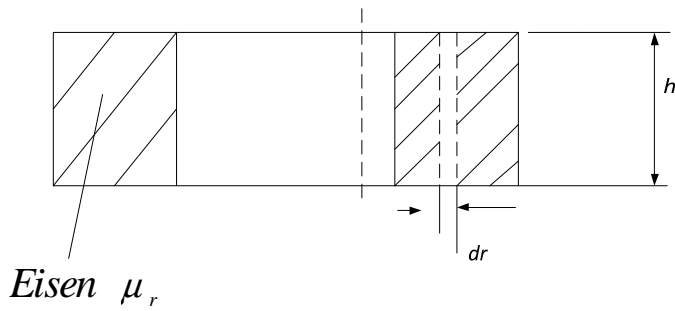
$$H_{2B} = \frac{200 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 15 \text{ mm}} = 2,122 \frac{\text{A}}{\text{mm}}$$

$$\mathbf{H}_B = \mathbf{H}_{2A} - \mathbf{H}_{1B} = 1,4146 \frac{\text{A}}{\text{mm}}$$

Üb. 5.3.1.1/5:

- $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0$ ist gültig, da $\theta = \sum I = I - I = 0$
- Nein. \vec{H} ergibt sich aus der Überlagerung der durch den Innenleiter und den Außenleiter hervorgerufenen Felder und ist nur dann an jeder Stelle des Außenraumes null, wenn Innen- und Außenleiter konzentrisch zueinander liegen.
 \Rightarrow ohne Kenntnis der geometrischen Form des Feldes kann mit $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$ nicht auf \vec{H} geschlossen werden.

Üb. 5.3.2/1:



a) $0 \leq r < r_i - d \implies$ Keine Ströme werden umschlossen $\theta = \sum I = 0$

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0 \implies \mathbf{H} = \mathbf{0}$ da Feldverlauf als bekannt vorausgesetzt wurde.

$r_i < r < r_a \quad \theta = \sum I = n \cdot I$

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot I \implies \mathbf{H} = \frac{n \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

$r_a + d < r < \infty \quad \theta = \sum I = n \cdot I - n \cdot I = 0$

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0 \implies \mathbf{H} = \mathbf{0}$ da Feldverlauf als bekannt vorausgesetzt wurde.

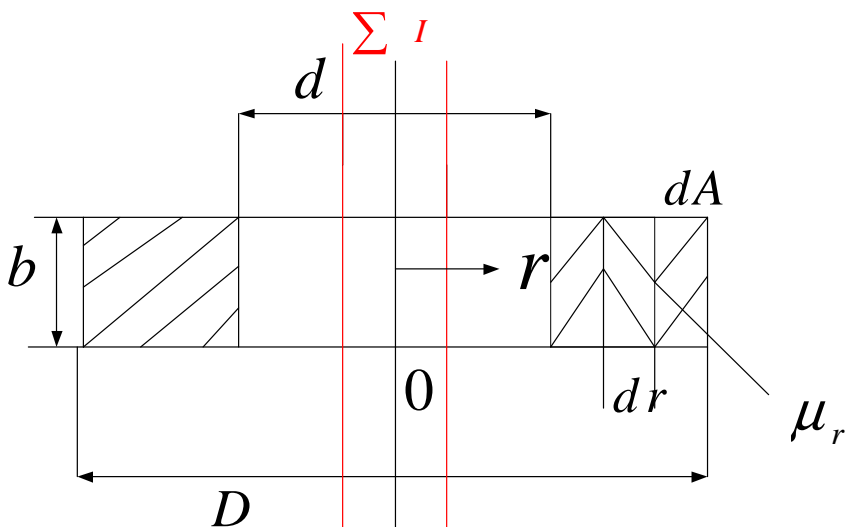
b) $d\Phi = B(r) \cdot dA \quad B(r) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H(r) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot I}{2\pi \cdot r}$

$dA = h \cdot dr$

$d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot I \cdot h}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r}$

$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot I \cdot h}{2\pi} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot h}{2\pi} \cdot I \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$

Üb. 5.3.2/2:



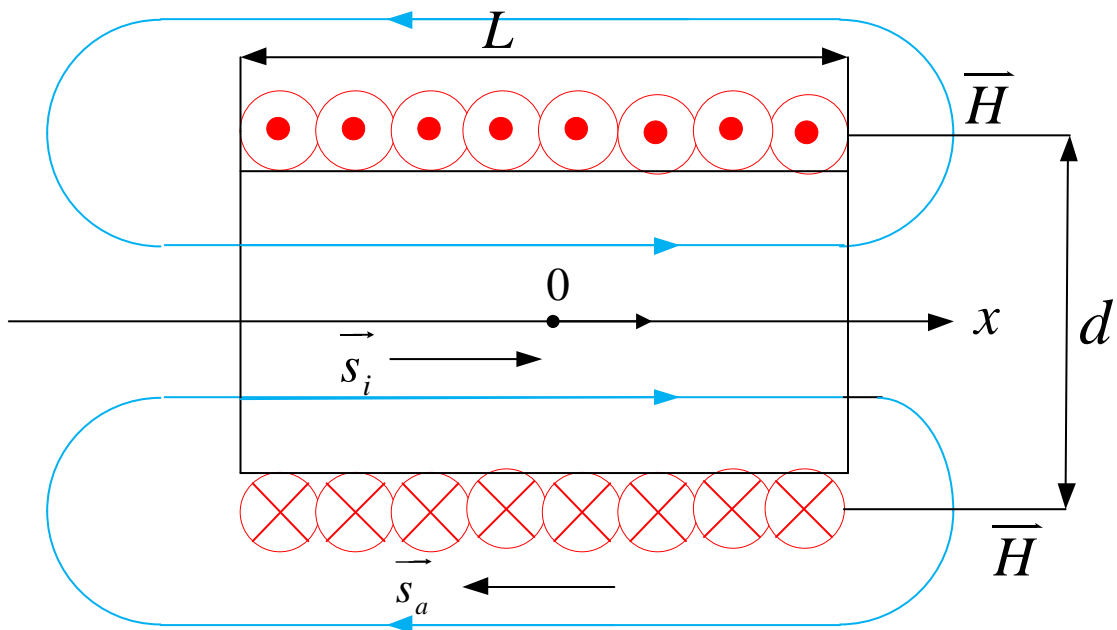
$$H(r) = \frac{\Sigma I}{2\pi r} \quad B(r) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H(r) \quad \Sigma I = 3 \cdot I$$

$$dA = b \cdot dr$$

$$d\Phi = B(r) \cdot dA = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \Sigma I \cdot b}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \Sigma I \cdot b}{2\pi} \int_{d/2}^{D/2} \frac{dr}{r} = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{\Sigma I \cdot b}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

Üb. 5.3.2/3:



a) Aus Gl. (5.3.1/1) $V_i = \int_{\vec{s}_i} \vec{H}_i \cdot d\vec{s}_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} H_i \cdot dx = H_i \left[\frac{x}{2} - \left(-\frac{x}{2}\right) \right] = H_i \cdot L$

$$V_i = H_i \cdot L = \frac{B_0}{\mu_0} \cdot L = \frac{22 \cdot 10^{-8} \text{ Vsec} \cdot 40 \text{ cm}}{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2 \frac{\text{V}}{\text{A}}}$$

$$V_i = 700,28 \text{ A}$$

$$V_a = \int_{\vec{s}_a} \vec{H}_a \cdot d\vec{s}_a$$

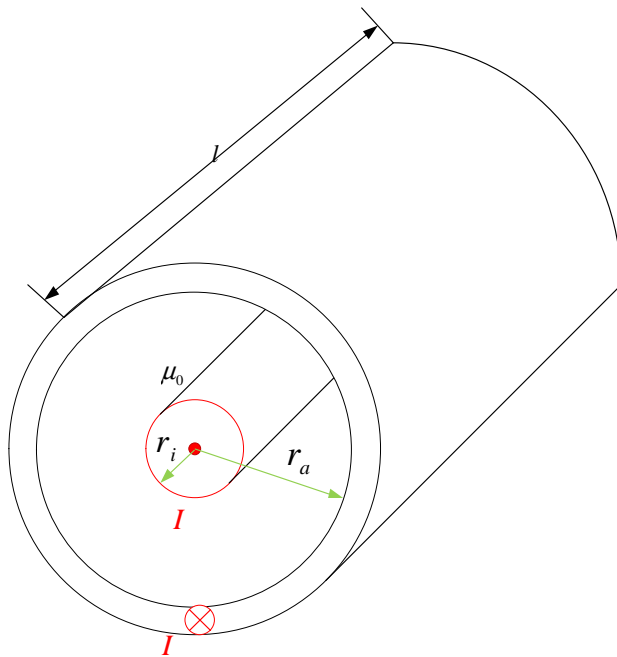
Aus (5.3.1/4) $\Sigma V = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \theta = \Sigma I = n \cdot I = V_i + V_a$

$$V_a = n \cdot I - V_i = 200 \cdot 4\text{A} - 700,28 \text{ A} = 99,72 \text{ A}$$

b) $\Phi = \int_A \vec{B}_i \cdot d\vec{A} = \underbrace{B_i}_{B_0} \cdot A \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$

$$\Phi = B_0 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{22 \cdot 10^{-8} \text{ Vsec} \cdot \pi \cdot 36 \text{ cm}^2}{\text{cm}^2 \cdot 4} = 6,22 \cdot 10^{-6} \text{ Vsec}$$

Üb. 5.3.3/1:



Mit (5.3.3/3)

$$L = \frac{\Phi(I)}{I}$$

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint_A B(r) \cdot l \cdot dr$$

$$B(r) = \mu_0 \cdot H(r)$$

$$r_i < r < r_a$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I = I$$

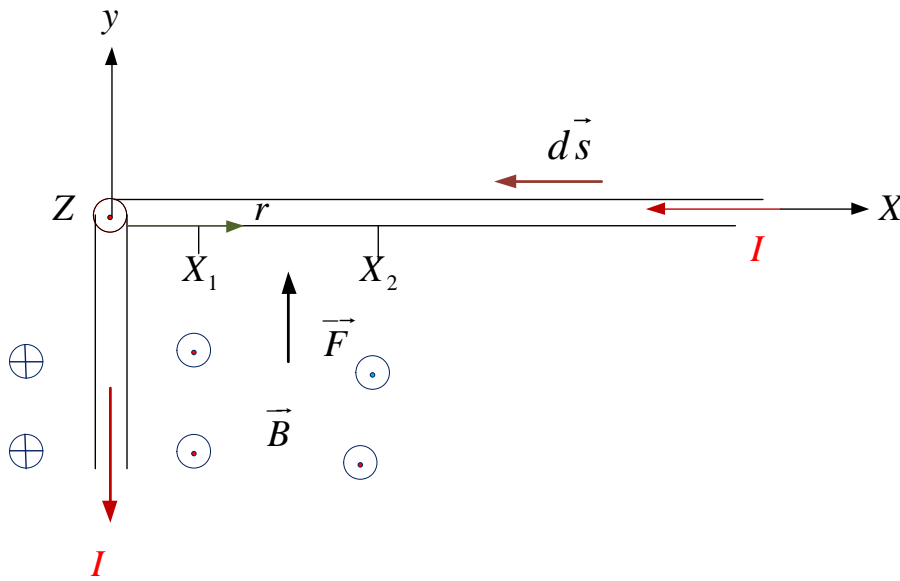
$$H \cdot 2\pi r = I$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I}{2\pi} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Üb. 5.4/1:



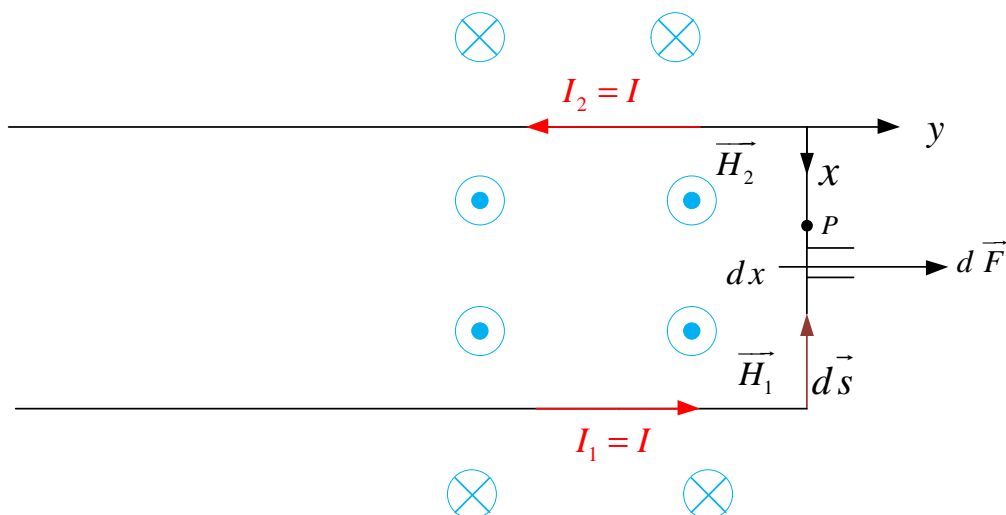
$$y=0 \begin{cases} H = \frac{I}{2\pi r} \text{ für Draht von } -\infty < y < +\infty; \\ H = \frac{I}{4\pi r} \text{ für Draht von } -\infty < y \leq 0; \\ B = \mu_0 \cdot H = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \end{cases}$$

Aus (5.4/1) $\vec{F} = I \cdot \int_l (d\vec{s} \times \vec{B})$

$$d\vec{s} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z & \vec{e}_x & \vec{e}_y \\ -dx & 0 & 0 & -dx & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 \end{vmatrix} = -(-dx) \cdot B \cdot \vec{e}_y = (dx) \cdot B \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{F} = I \cdot \int_{x_1}^{x_2} B \cdot dx \cdot \vec{e}_y = I \cdot \vec{e}_y \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I^2 \cdot \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \cdot \vec{e}_y$$

Üb. 5.4/2:



$$y=0 \begin{cases} H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ für Draht von } -\infty < y < +\infty \\ H = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot r} \text{ für Draht von } -\infty < y \leq 0; \end{cases}$$

Im Punkt P : $H_1 = \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot (a-x)}$

$$H_2 = \frac{I_2}{4 \cdot \pi \cdot x}$$

$$H_{ges} = H_1 + H_2 = \frac{I}{4 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{1}{a-x} + \frac{1}{x} \right] \quad B = \mu_0 \cdot H_{ges}$$

Mit (5.4/1) $F_{ges} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{4\pi} \int_a^{a-b} \left(\frac{1}{a-x} + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{4\pi} [-\ln(a-x) + \ln(x)]_b^{a-b}$

$$F_{ges} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{4\pi} [-\ln(a-a+b) + \ln(a-b) + \ln(a-b) - \ln(b)] = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi} \cdot [\ln(a-b) - \ln(b)]$$

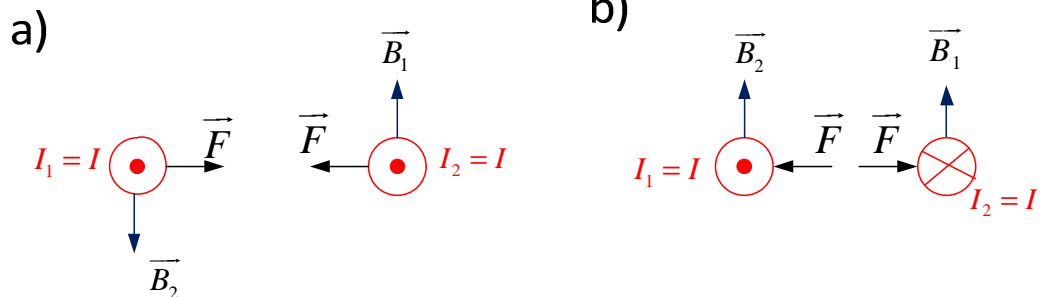
$$F_{ges} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{a-b}{b}\right) \right] = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{a}{b} - 1\right) \right]$$

$$F_{ges} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{Vsec}{Am} \cdot (5 \cdot 10^4)^2 \cdot A^2 \cdot \ln\left(\frac{50}{10} - 1\right) = 693,15 \frac{VAsec}{m}$$

$$\frac{Wsec}{m} = N$$

$F_{ges} = 693,15 N$

Üb. 5.4/3:

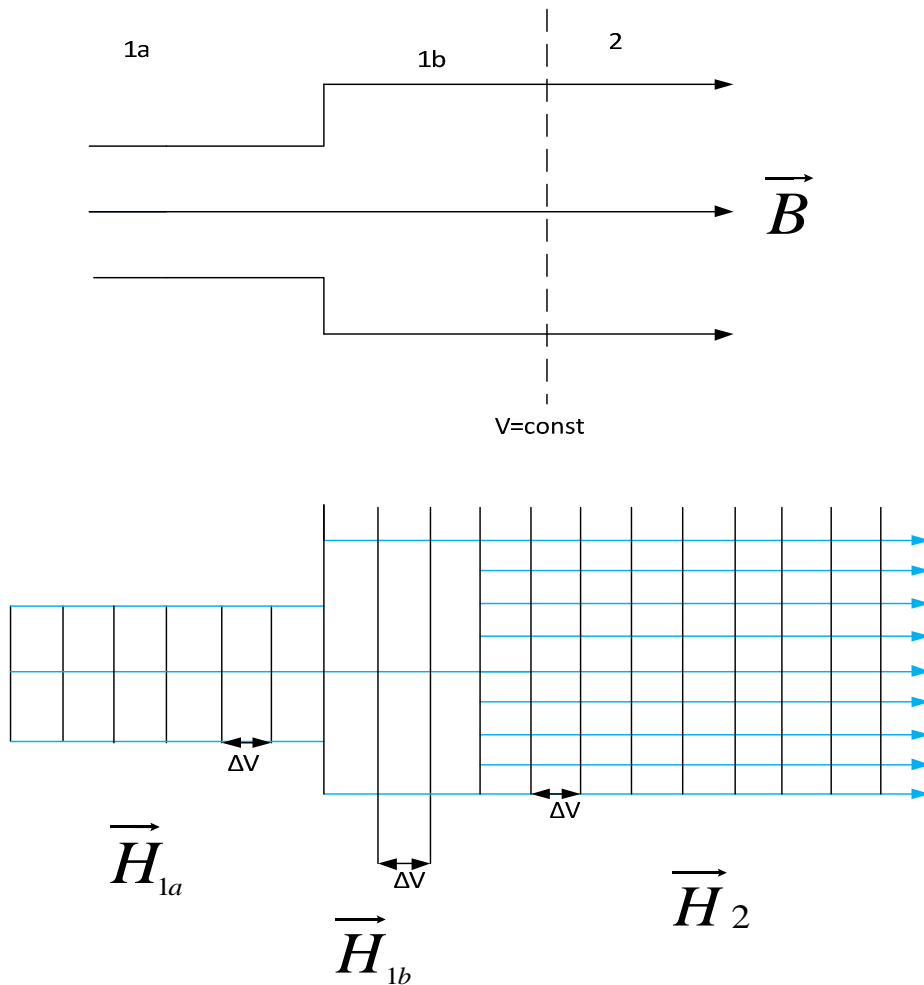


$$B_{1,2} = \mu_0 \cdot H_{1,2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot a}$$

Mit (5.4/1) $|\vec{F}| = I \cdot |d\vec{s} \times \vec{B}| = I \cdot B \cdot l$

$$\frac{F}{l} = I \cdot B = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi a}$$

Üb. 5.5/1:



$B = \frac{\Phi}{A}$ = Induktion wird in Leiter 1b und 2 kleiner als in 1a, da die Fläche A_b sich vergrößert.

$$B_{1a} = \frac{\Phi}{A_a} \quad B_{1b} = \frac{\Phi}{A_b} \quad B_2 = \frac{\Phi}{A_b};$$

$\Rightarrow B_{1b} = B_2$ gleiche Induktion.

$$\frac{B_{1a}}{B_{1b}} = \frac{A_b}{A_a} = 2 \Rightarrow B_{1a} = 2B_{1b} \text{ doppelte Induktion}$$

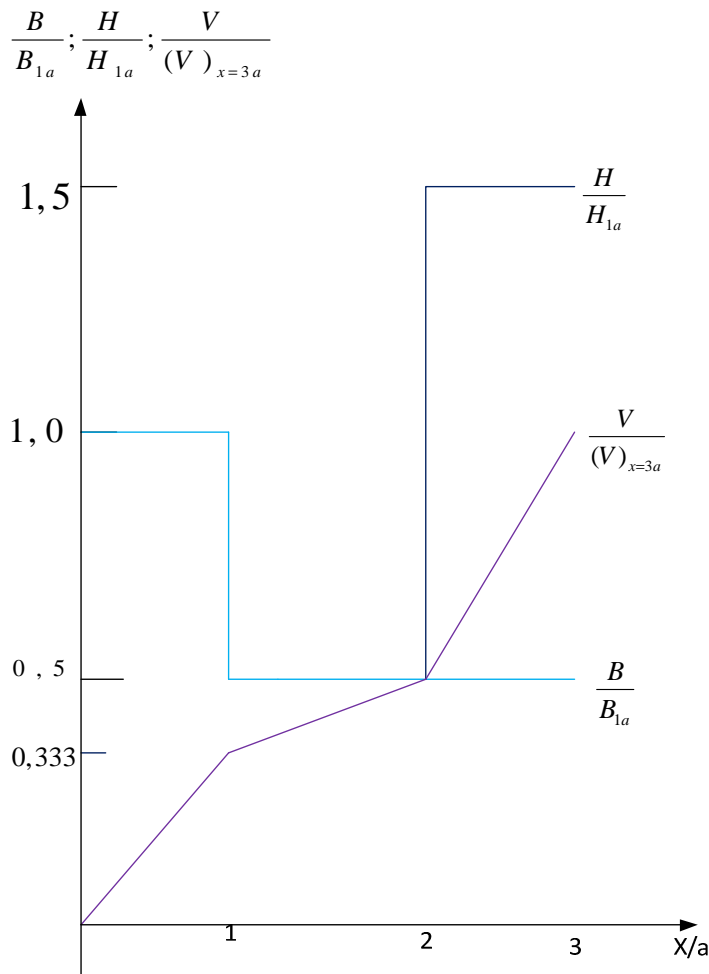
Linien bei B_{1a} enger zusammen.

$$B = \mu \cdot H$$

$$H_{1a} = \frac{B_{1a}}{\mu_1}$$

$$H_{1b} = \frac{B_{1b}}{\mu_1}$$

$$H_2 = \frac{B_2}{\mu_2}$$



$$\frac{H_{1a}}{H_{1b}} = \frac{B_{1a}}{B_{1b}} = 2 \quad H_{1a} = H_{1b} \quad \text{doppelte Dichte, Linien bei } H_{1a} \text{ enger zusammen.}$$

$$\frac{H_2}{H_{1b}} = \frac{B_2}{\mu_2} \cdot \frac{\mu_1}{B_{1b}} = \frac{B_2}{B_{1b}} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} = 3 \quad \text{dreifache Dichte}$$

⇒ 9 Feldlinien auf der gleichen Fläche

$$V = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot a$$

$$V_{1a} = H_{1a} \cdot a \quad \frac{V_{1a}}{V_{1b}} = \frac{H_{1a}}{H_{1b}} = 2$$

$$V_{1b} = H_{1b} \cdot a \quad \frac{V_2}{V_{1b}} = \frac{H_2}{H_{1b}} = 3$$

$$V_2 = H_2 \cdot a$$

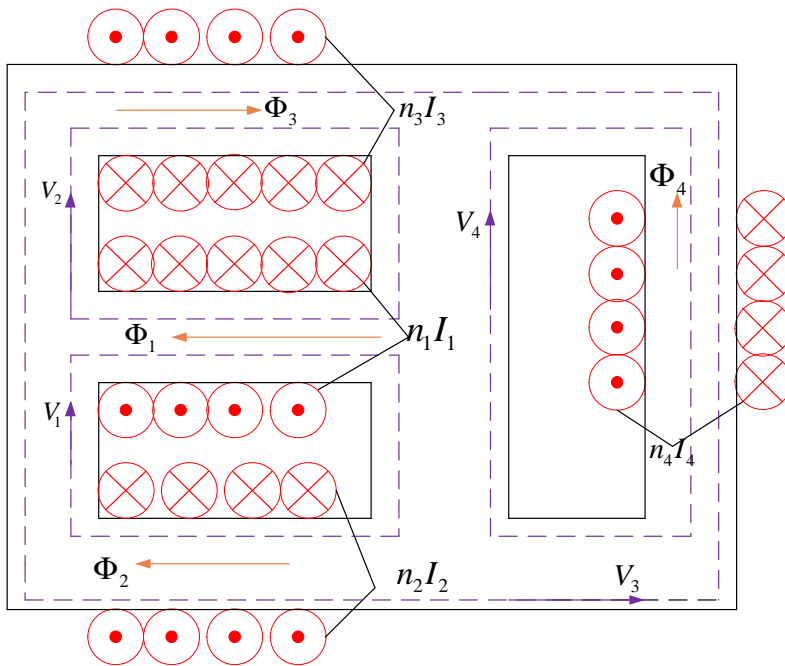
$$V_{1a} = 2 \cdot V_{1b} \quad \text{gewählt } V_{1b} \Rightarrow \text{wird in drei Gebiete unterteilt}$$

$$V_2 = 3 \cdot V_{1b}$$

$$\Rightarrow V_{1a} \triangleq 2 \cdot 3 = 6 \text{ Gebiete}$$

$$V_2 \triangleq 3 \cdot 3 = 9 \text{ Gebiete}$$

Üb. 6.4/1:



$$V_1 = \oint \vec{H} \cdot d\vec{S} = \theta = \sum I = -n_1 \cdot I_1 + n_2 \cdot I_2 \quad (\text{V in Richtung } \Phi \text{ positiv})$$

$$V_2 = \sum I = n_1 \cdot I_1 + n_3 \cdot I_3$$

$$V_3 = \sum I = n_4 \cdot I_4 - n_3 \cdot I_3 - n_2 \cdot I_2$$

$$V_4 = \sum I = -n_4 \cdot I_4$$

$$n_2 \cdot I_2 = V_1 + n_1 \cdot I_1$$

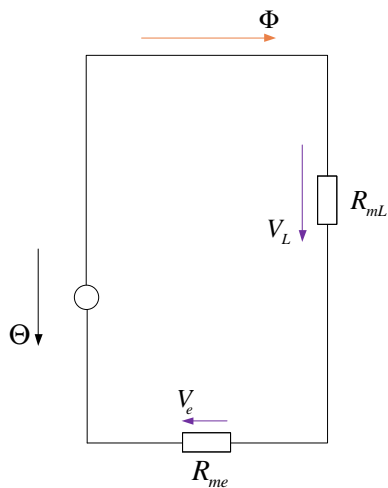
$$I_2 = \frac{V_1 + n_1 \cdot I_1}{n_2} = \frac{300 \text{ A} + 20 \cdot 10 \text{ A}}{125} = \frac{500 \text{ A}}{125} = 4 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_2 - n_1 \cdot I_1}{n_3} = \frac{500 \text{ A} - 200 \text{ A}}{60} = \frac{300 \text{ A}}{60} = 5 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_3 + n_3 \cdot I_3 + n_2 \cdot I_2}{n_4} = \frac{800 \text{ A} + 60 \cdot 5 \text{ A} + 125 \cdot 4 \text{ A}}{800} = \frac{1600 \text{ A}}{800} = 2 \text{ A}$$

$$V_4 = -n_4 \cdot I_4 = -800 \cdot 2 \text{ A} = -1600 \text{ A}$$

Üb. 6.4/2:



$$\theta = n \cdot I$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 A}$$

$$R_{me} = \frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{2a+b+l_L}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{2(a+b)-l_L}{\mu_0 \mu_r A}$$

$$\theta - \Phi(R_{mL} + R_{me}) = 0$$

$$\Phi = \frac{\theta}{R_{mL} + R_{me}} = \frac{n \cdot I}{\frac{1}{\mu_0 A} \left[l_L + \frac{2(a+b)-l_L}{\mu_r} \right]} = \frac{n \cdot I \cdot \mu_0 \cdot A \cdot \mu_r}{l_L \cdot \mu_r + 2(a+b) - l_L} = \frac{n \cdot I \cdot \mu_0 \cdot A \cdot \mu_r}{2(a+b) + l_L(\mu_r - 1)}$$

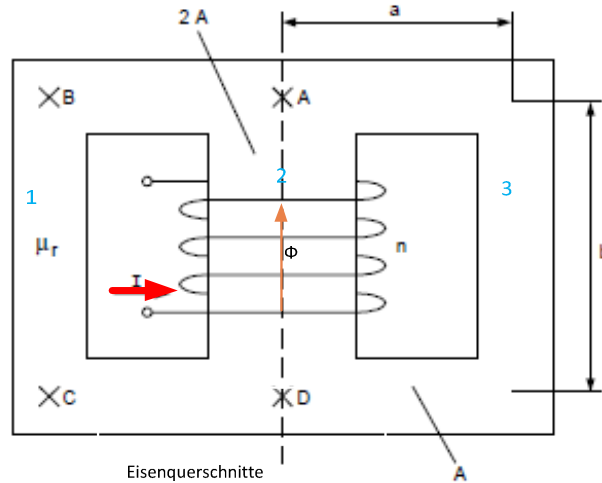
$$\Phi = \frac{50 \cdot 10 \text{ A} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vsec} \cdot 600 \cdot 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{(2 \cdot 0,7 \text{ m} + 10^{-3} \text{ m} \cdot 599) \text{ Am}} = 3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Vsec}$$

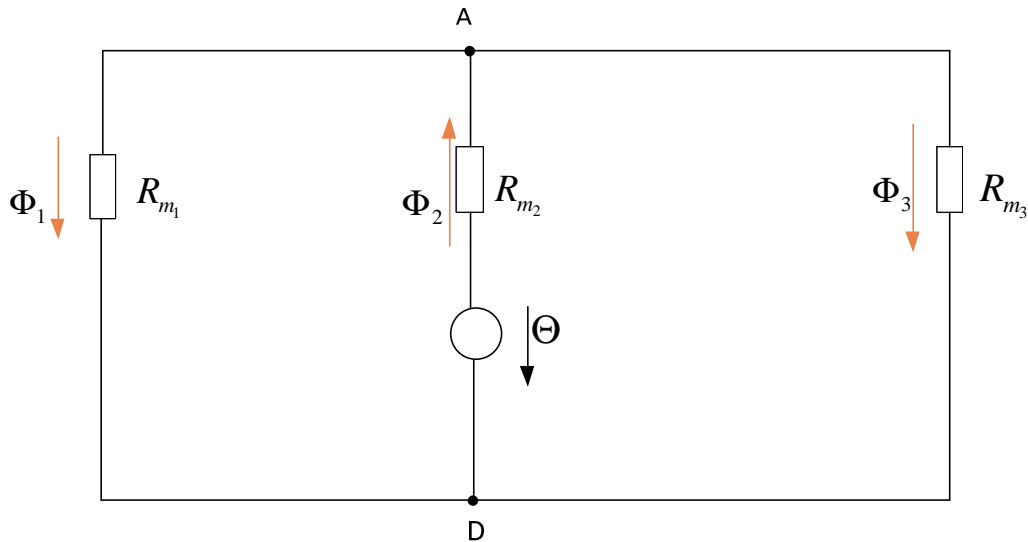
$$V_L = \Phi \cdot R_{mL} \quad H_L = \frac{V_L}{l_L} = \frac{\Phi \cdot R_{mL}}{l_L} = \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot A} = \frac{3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Vsec}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{\text{A}} \cdot 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$V_e = \Phi \cdot R_{me} \quad H_L = \frac{V_e}{l_e} = \frac{\Phi \cdot R_{me}}{l_e} = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu_r \cdot A} = \frac{3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Vsec}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{\text{A}} \cdot 600 \cdot 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 250 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$B_e = B_L = B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Vsec}}{16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,189 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

Üb. 6.4/3:





$$R_{m_1} = R_{m_3} = \frac{2a+b}{\mu_0 \mu_r \cdot A} = \frac{(0,4+0,4) \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{\text{Am}} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$R_{m_2} = \frac{b}{\mu_0 \mu_r \cdot 2A} = \frac{0,4 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{\text{Am}} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$R_{m_{ges}} = R_{m_2} + \frac{R_{m_1} \cdot R_{m_3}}{R_{m_1} + R_{m_3}} = R_{m_2} + \frac{R_{m_1}}{2}$$

$$R_{m_1} = R_{m_3} = 2,122 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$R_{m_2} = 5,305 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$R_{m_{ges}} = 15,915 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$\Phi_2 = \frac{\theta}{R_{m_{ges}}} = \frac{n \cdot I}{R_{m_{ges}}}$$

$$\Phi_2 = \frac{120 \cdot 5 \text{ A}}{15,915 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}} = 3,77 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 \quad \Phi_1 = \Phi_3 = \frac{\Phi_2}{2} = 1,885 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}$$

$$V_{AD} = \Phi_1 \cdot R_{m_1} = \theta - \Phi_2 R_{m_2} \Rightarrow B = \frac{\Phi_2}{2A} = \frac{\theta - V_{AD}}{2A \cdot R_{m_2}} = \frac{\theta - V_{AD}}{2A \cdot \frac{b}{\mu_0 \mu_r \cdot 2A}}$$

$$V_{AD} = 1,885 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec} \cdot 2,122 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}} = 600 - 3,77 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec} \cdot 5,305 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Vsec}} = 400 \text{ A}$$

$$H_{AD} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\theta - V_{AD}}{b}$$

$$H_{AD} = \frac{V_{AD}}{l_{AD}} = \frac{400 \text{ A}}{\frac{2a+b}{2}} = \frac{400 \text{ A}}{0,8 \text{ m}} = 500 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Weg A-B-C-D, damit nicht über θ integriert werden muss

$$V_{12} = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad \text{gilt nur, wenn keine Quellen } (\theta) \text{ durchlaufen werden.}$$

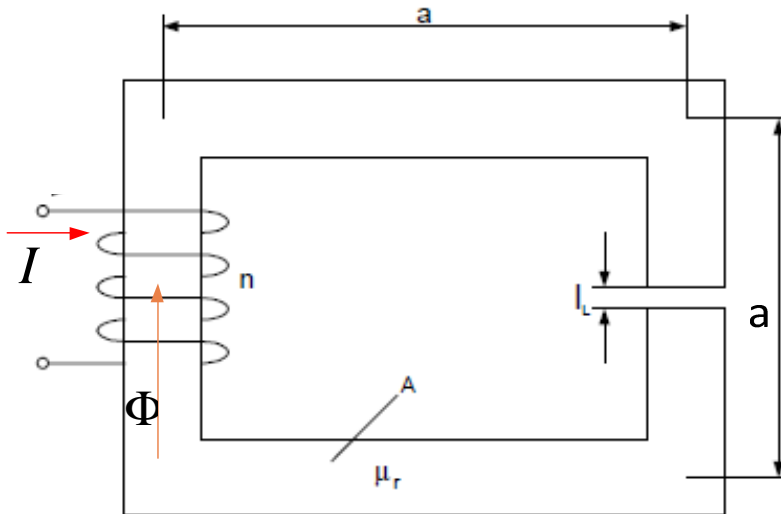
2. Weg: H auf dem geschl. Weg A-B-C-D-A ist konstant, weil $B = \text{konst.}$

$$B = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{\Phi_2}{2A} = \text{konst, da } \Phi_2 = 2\Phi_1$$

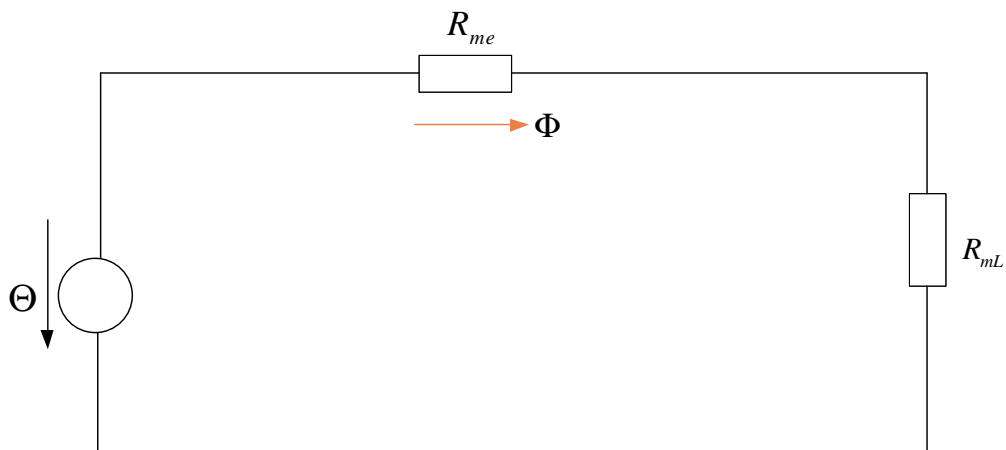
$$\oint_{A-B-C-D-A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \theta \Rightarrow H \cdot 2(a+b) = \theta$$

$$H = \frac{\theta}{2(a+b)} = 500 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Üb. 6.4/4:



Eisenquerschnitt A

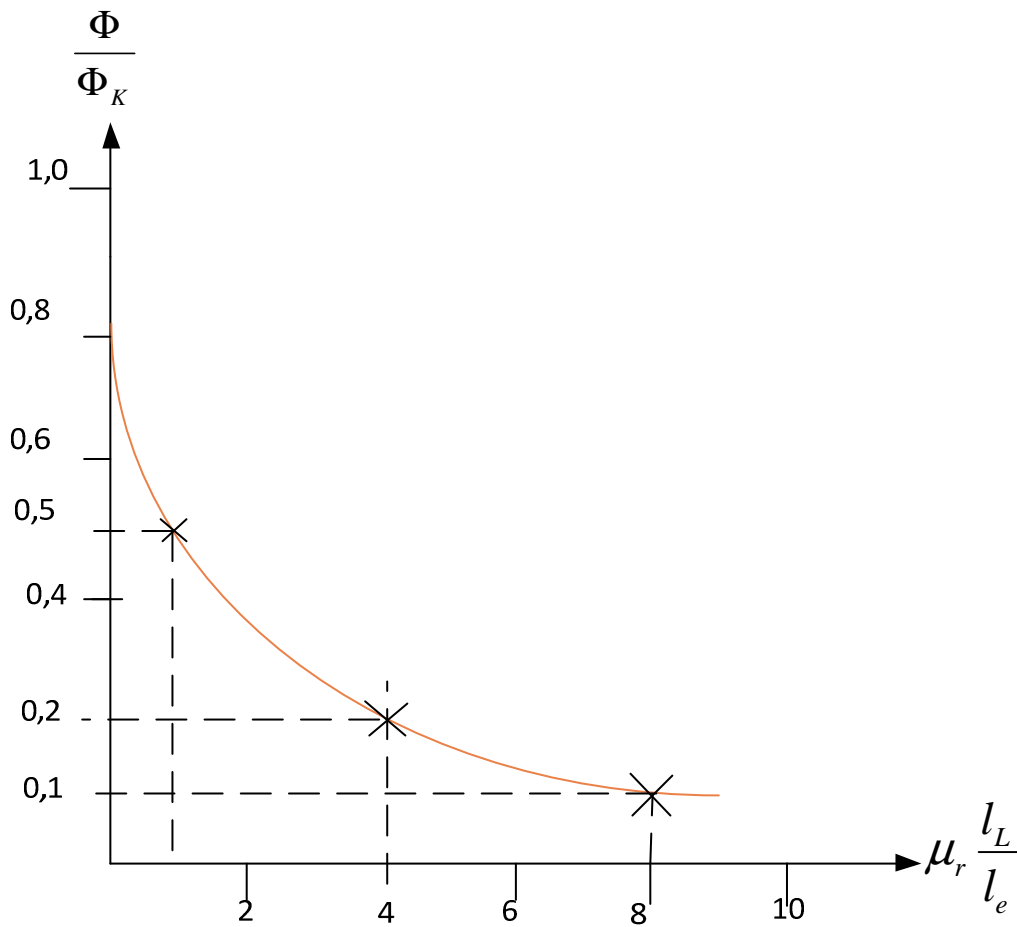


$$a) \quad R_{me} = \frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A} \quad R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 A}$$

$$\Phi = \frac{\theta}{R_{mges}} = \frac{\theta}{R_{mL} + R_{me}} = \frac{\theta}{\underbrace{R_{me}}_{\Phi_k} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{mL}}{R_{me}}}} = \Phi_k \cdot \frac{1}{1 + \mu_r \frac{l_L}{l_e}}$$

(Kurzschluss, wenn Luftspalt überbrückt)

$$\frac{\Phi}{\Phi_K} = \frac{1}{1 + \mu_r \frac{l_L}{l_e}}$$



$$b) R_{mges} = R_{me} + R_{mL} = \frac{4a - l_L}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{l_L}{\mu_0 A} = \frac{1}{\mu_0 A} \left[\frac{4a - l_L}{\mu_r} + l_L \right] = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vsec}{Am} \cdot 25 \cdot 10^{-4} m^2 \left[\frac{0,399}{10^3} + 10^{-3} \right]}$$

$$R_{mges} = 4,45 \cdot 10^5 \frac{A}{Vsec}$$

$$c) \theta = n \cdot I = R_{mges} \cdot \Phi = R_{mges} \cdot B \cdot A$$

$$I = \frac{R_{mges} \cdot B \cdot A}{n} = 4,45 \cdot 10^5 \frac{A}{Vsec} \cdot \frac{0,5 Vsec \cdot 25 \cdot 10^{-4} m^2}{m^2 \cdot 100} = 5,56 A$$

$$2. \text{ Weg: } \Phi = \text{const}, A = \text{const} \Rightarrow B = \text{const} \Rightarrow H_e = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}, H_L = \frac{B}{\mu_0}$$

$$\theta = n \cdot I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{l_e} H_e \cdot ds + \int_{l_L} H_L \cdot ds = H_e \cdot l_e + H_L \cdot l_L = \frac{B}{\mu_0} \left[\frac{l_e}{\mu_r} + l_L \right]$$

$$I = \frac{B}{\mu_0 n} \left[\frac{l_e}{\mu_r} + l_L \right] = \frac{0,5 Vsec \cdot Am}{100 m^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} Vsec} \left[\frac{0,399}{10^3} + 10^{-3} \right] m = 5,56 A$$

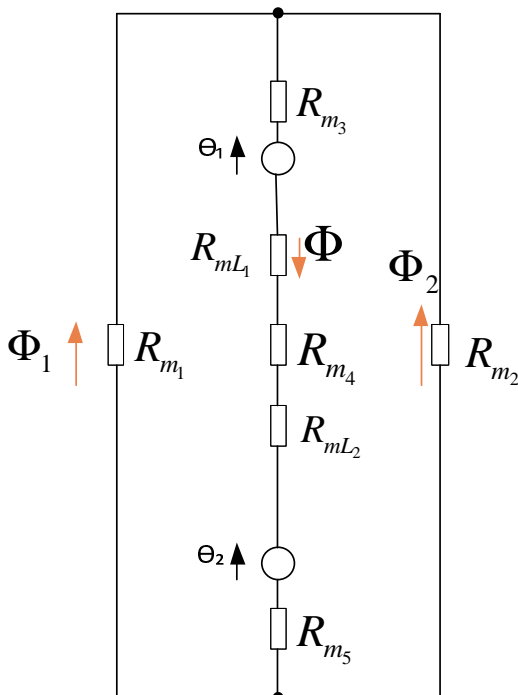
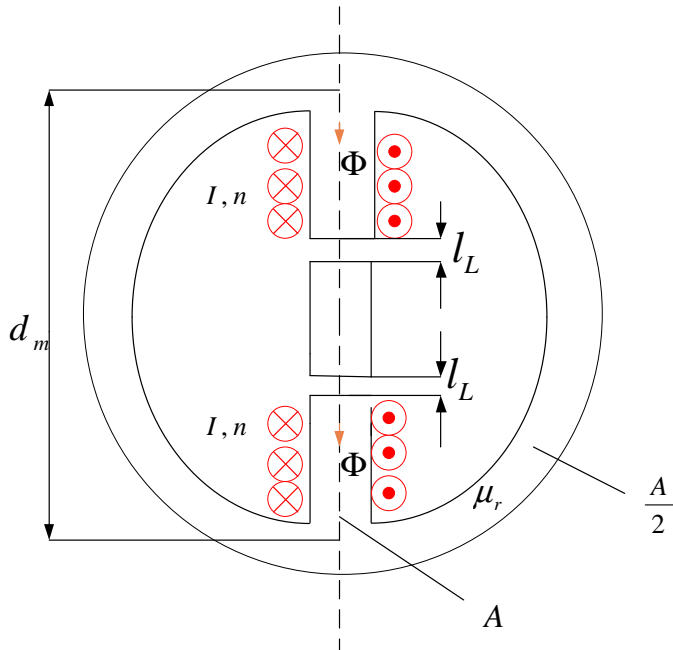
$$\Phi = \frac{\theta}{R_{mges}} = \frac{n \cdot I}{R_{mges}} = \frac{100 \cdot 5,56 A}{4,45 \cdot 10^5 \frac{A}{Vsec}} = 1,249 \cdot 10^{-3} Vsec$$

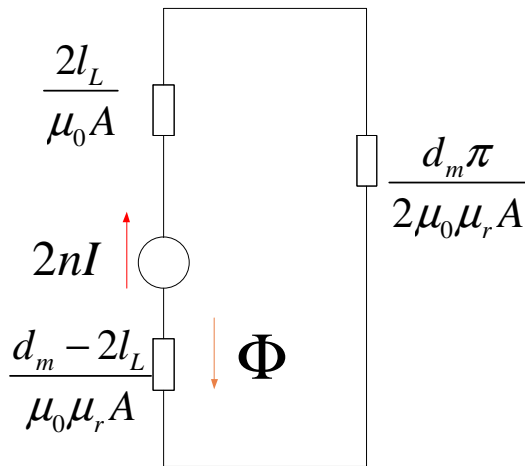
$$R_{me} = \frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{4a - l_L}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0,399 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vssec}}{\text{Am}} \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,27 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{Vssec}}$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 A} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vssec}}{\text{Am}} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 3,183 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{Vssec}}$$

$$V_e = \Phi \cdot R_{me} = 158,69 \text{ A} \quad V_L = \Phi \cdot R_{mL} = 397,7 \text{ A}$$

Üb. 6.4/5:





$$R_{m_1} = R_{m_2} = \frac{1}{2} \frac{d_m \pi}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{d_m \pi}{2 \mu_0 \mu_r A}$$

$$R_{m_1} || R_{m_2} = \frac{d_m \pi}{2 \mu_0 \mu_r A}$$

$$R_{m_3} + R_{m_4} + R_{m_5} = \frac{d_m - 2l_L}{\mu_0 \mu_r A}$$

$$R_{mL_1} = R_{mL_2} = \frac{l_L}{\mu_0 A}$$

$$R_{mL_1} + R_{mL_2} = \frac{2 \cdot l_L}{\mu_0 A}$$

$$\theta_1 = \theta_2 = n \cdot I$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 2 \cdot n \cdot I$$

$$R_{ges} = \frac{2 \cdot l_L}{\mu_0 A} + \frac{d_m - 2 \cdot l_L}{\mu_0 \cdot \mu_r A} + \frac{d_m \cdot \pi}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

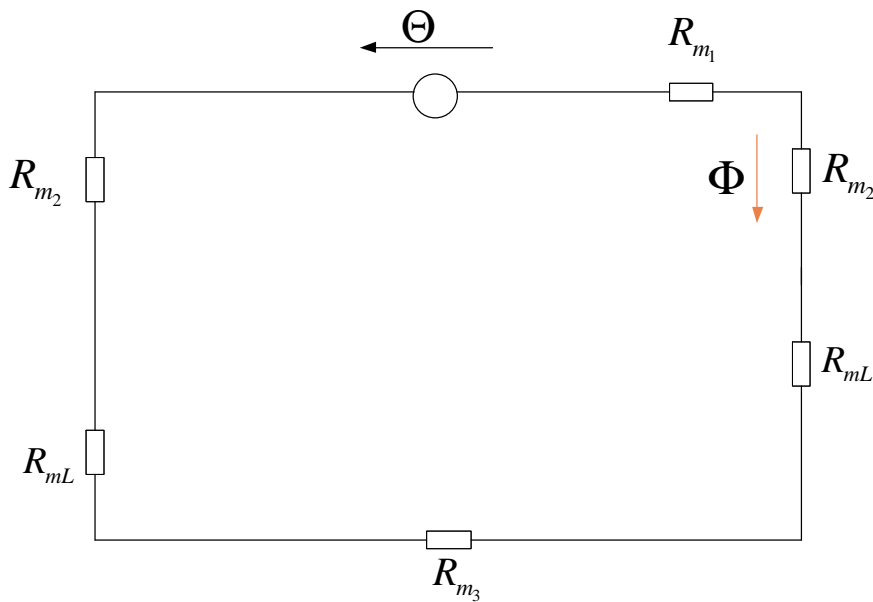
$$R_{ges} = \frac{1}{\mu_0 \cdot A} \cdot \left[2 \cdot l_L + \frac{d_m - 2l_L}{\mu_r} + \frac{d_m \pi}{2 \mu_r} \right]$$

$$R_{ges} = \frac{1}{\mu_0 \cdot A} \cdot \left[2 \cdot l_L \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) + \frac{d_m}{\mu_r} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{2 \cdot n \cdot I}{A \cdot R_{ges}} = \frac{2 \cdot n \cdot I \cdot \mu_0}{2 \cdot l_L \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) + \frac{d_m}{\mu_r} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r n I}{l_L (\mu_r - 1) + \frac{d_m}{2} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{Vsec} \cdot 10^4 \cdot 200 \cdot 2 \text{ A}}{10^{-3} \text{ m Am} \cdot 9999 + \frac{\text{Am}}{\text{Nenner von } \mu_0} \cdot (0,1 \text{ m} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right))} = \mathbf{0,494} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

Üb. 6.4/6:



$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_1 H_1}{A B_1}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_2 H_2}{A B_2}$$

$$R_{m_3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_3 H_3}{A B_3}$$

$$R_{m_L} = \frac{l_L}{\mu_0 A} = \frac{l_L H_L}{A B_L}$$

$$\Phi = B_1 \cdot A = B_2 \cdot A = B_3 \cdot A = B_L \cdot A$$

$$\Rightarrow B_1 = B_2 = B_3 = B_L = 0,9 \frac{Vsec}{m^2} = 9000 \cdot 10^{-4} \frac{Vsec}{m^2}$$

$B / 10^{-4} \frac{Vsec}{m^2}$	Material	$H / \frac{A}{cm}$	
9000	Stahlguss	2,35	$H_1 = H_2$
"	Grauguss	74	H_3
"	Luft	7162	H_L

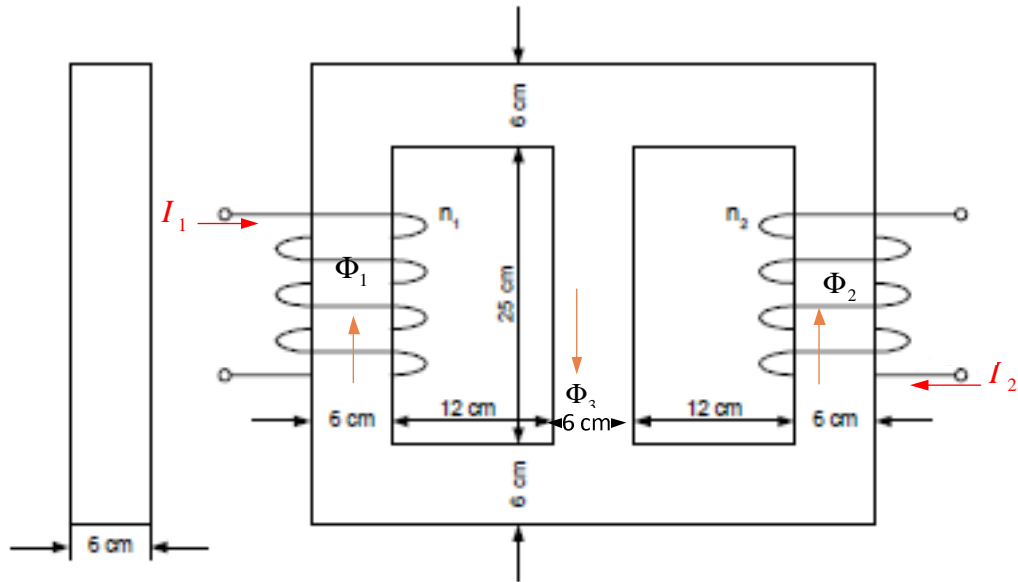
$$\theta = \Phi \cdot R_{m_1} + \Phi \cdot 2 \cdot R_{m_2} + \Phi \cdot 2 \cdot R_{m_L} + \Phi \cdot R_{m_3}$$

$$n \cdot I = B_1 \cdot A \cdot \frac{l_1 H_1}{A B_1} + B_2 \cdot A \cdot 2 \cdot \frac{l_2 H_2}{A B_2} + B_3 \cdot A \cdot \frac{l_3 H_3}{A B_3} + B_L \cdot A \cdot 2 \cdot \frac{l_L H_L}{A B_L}$$

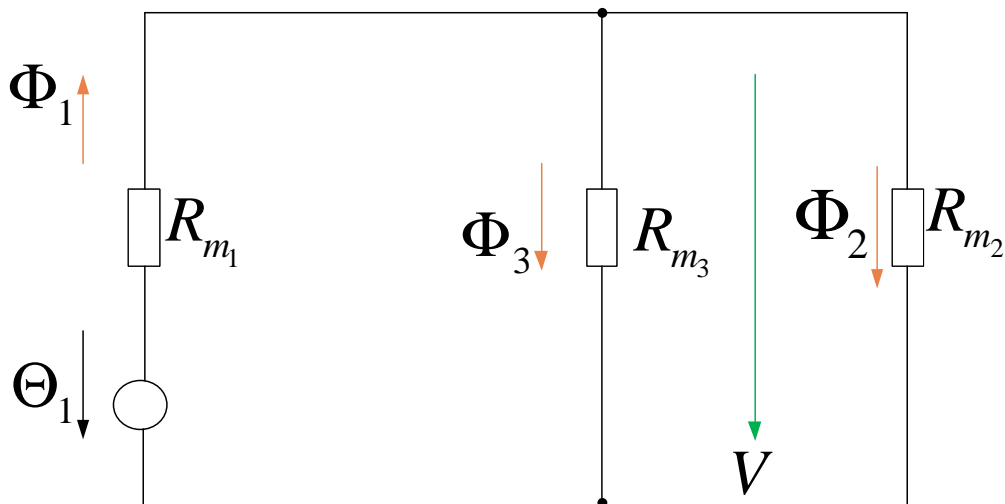
$$I = \frac{l_1 H_1 + 2l_2 H_2 + 2l_L H_L + l_3 H_3}{n} = \frac{31 \text{ cm} \cdot 2,35 \frac{A}{cm} + 2 \cdot 16 \text{ cm} \cdot 2,35 \frac{A}{cm} + 2,1 \text{ cm} \cdot 7162 \frac{A}{cm} + 31 \text{ cm} \cdot 74 \frac{A}{cm}}{1000}$$

$$I = 16,77 \text{ A}$$

Üb.6.4/7:



a)



$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_1 H_1}{A B_1}$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_2 H_2}{A B_2}$$

$$R_{m3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_3 H_3}{A B_3}$$

$$l_1 = l_2 = 67 \text{ cm}$$

$$l_3 = 31 \text{ cm}$$

$$A = 36 \text{ cm}^2$$

$$V = \Phi_3 \cdot R_{m3} = \Phi_2 \cdot R_{m2}$$

$$\Phi_2 = \Phi_3 \cdot \frac{R_{m3}}{R_{m2}} = \Phi_3 \cdot \frac{l_3 H_3}{A B_3} \cdot \frac{A B_2}{l_2 H_2} = \Phi_3 \cdot \frac{l_3 H_3}{l_2 H_2} \cdot \frac{B_2}{B_3}$$

$$\Phi_2 = \Phi_3 \cdot \frac{l_3 H_3}{l_2 H_2} \Rightarrow H_2 = \frac{l_3}{l_2} H_3$$

$$\Phi_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec} \Rightarrow B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}}{36 \text{ cm}^2} = 8,33 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Vsec}}{\text{cm}^2} = 0,833 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} = 833310^{-4} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

Aus Kennlinie $\Rightarrow H_3 = 2,4 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \quad H_2 = \frac{l_3}{l_2} H_3 = \frac{31}{67} \cdot 2,4 \frac{\text{A}}{\text{cm}} = 1,11 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

Aus Kennlinie $\Rightarrow B_2(H_2) = 5500 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} \Rightarrow \Phi_2 = B_2 \cdot A = 0,55 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} \cdot 36 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$

$$\Phi_2 = 1,98 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}$$

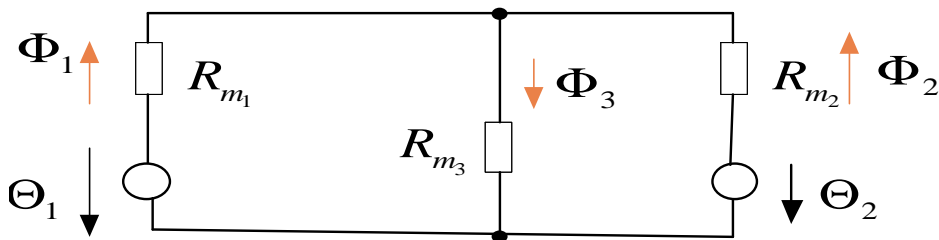
$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = (1,98 + 3) \cdot 10^{-3} \text{ Vsec} = 4,98 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec} \Rightarrow B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = 13833 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

Aus Kennlinie $\Rightarrow H_1(B_1) = 15 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

$$\theta_1 = \Phi_1 \cdot R_{m_1} + \Phi_3 \cdot R_{m_3} = B_1 \cdot A \cdot \frac{l_1 H_1}{A B_1} + B_3 \cdot A \cdot \frac{l_3 H_3}{A B_3} = l_1 H_1 + l_3 H_3 = n_1 I_1$$

$$I_1 = \frac{l_1 H_1 + l_3 H_3}{n_1} = \frac{67 \cdot 15 \text{ A} + 31 \cdot 2,4 \text{ A}}{100} = \mathbf{10,8 \text{ A}}$$

b)



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \theta$$

$$l_1 H_1 + l_3 H_3 = \theta_1$$

$$l_2 H_2 + l_3 H_3 = \theta_2$$

$$n_1 I_1 = n_2 I_2$$

$$\theta_1 = \theta_2 \Rightarrow l_1 H_1 = l_2 H_2$$

$$l_1 = l_2 \Rightarrow H_1 = H_2$$

gleiches Material $\Rightarrow B_1 = B_2$

gleiche Fläche $\Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_1 \Rightarrow \Phi_1 = \frac{\Phi_3}{2} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}}{36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,4166 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} = 4166 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

Aus Kennlinie $H_1(B_1) = 0,75 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

Aus Teil a) $H_3 = 2,4 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

$$\theta_1 = n_1 I_1 = l_1 H_1 + l_3 H_3$$

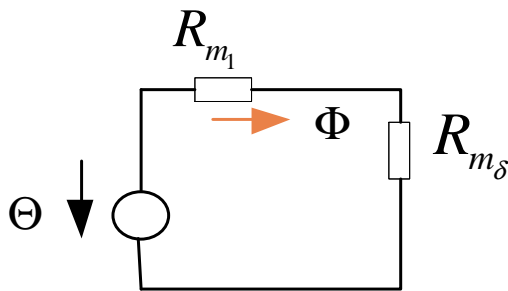
$$I_1 = \frac{l_1 H_1 + l_3 H_3}{n_1} = \frac{0,75 \text{ A} \cdot 67 + 31 \text{ A} \cdot 2,4}{100} = 1,25 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 = 1,25 \text{ A}$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 250 \text{ A} < \theta_1|_a) = 1080 \text{ A}$$

Durch die Aufteilung auf zwei Spulen benötigt man eine geringere Gesamtdurchflutung, weil man unterhalb des Sättigungsknies der Magnetisierungskurve bleibt.

Üb. 6.4/8:



$$R_{m_1} = \frac{l - \delta}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l - \delta}{A} \cdot \frac{H_1}{B_1}$$

$$R_{m_\delta} = \frac{\delta}{\mu_0 A} = \frac{\delta}{A} \cdot \frac{H_\delta}{B_\delta}$$

$$\Phi = B_1 \cdot A = B_\delta \cdot A \Rightarrow B_1 = B_\delta$$

$$\theta_1 = \Phi \cdot R_{m_1} + \Phi \cdot R_{m_\delta} = B_1 \cdot A \cdot \frac{(l - \delta) H_1}{A B_1} + B_\delta \cdot A \cdot \frac{\delta H_\delta}{A B_\delta} = (l - \delta) H_1 + \delta H_\delta$$

$$(l - \delta) = 99,9 \text{ cm}, \quad \delta = 0,1 \text{ cm}$$

Lösung:

1) H_1 vorgeben

2) $B_1 = B_\delta$ aus Kennlinie

$$\frac{\delta}{\mu_0} = 795,77 \frac{\text{Am}^2}{\text{Vsec}}$$

3) $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$

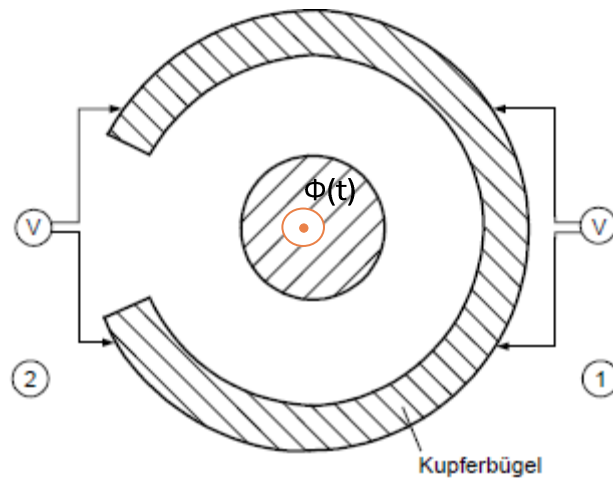
$\theta = 2000 \text{ A}$

4) $\Delta = \theta - [(l - \delta)H_1 + \delta H_\delta] = 0$ ist Lösung

$H_1 / \frac{A}{cm}$	$(l - \delta)H_1/A$	$B_1 / \frac{Vsec}{m^2}$	$\delta \cdot \frac{B_\delta}{\mu_0} / A$	Δ/A
6	599,4	1,25	994,72	+405,88
10	999	1,365	1086,23	-85,23
9,5	949	1,35	1074,3	-23,3
9,0	899,1	1,34	1066,3	+34,56
9,25	924,08	1,35	1074,3	+1,62 ≈ 0

$B_1 = B_\delta = 1,35 \frac{Vsec}{m^2}$

Üb. 7.1.1/1:

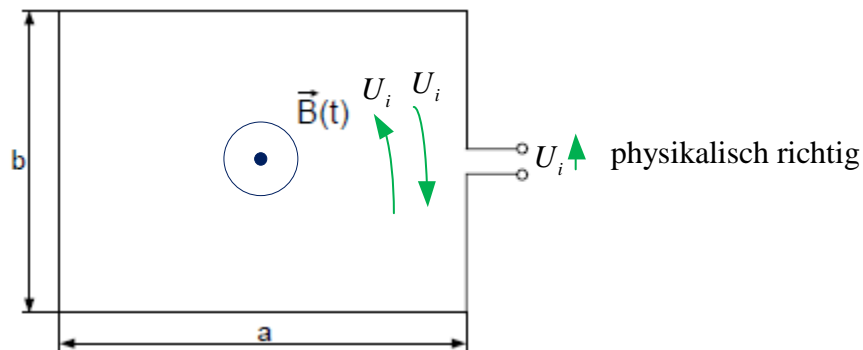


Aus (7.1.1/2) $U_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow$ nur bei einem geschlossenen Umlauf tritt eine induzierte Spg. U_i auf (Umlaufspg.). Hier muss der geschlossene Weg das Voltmeter mit erfassen.

- a) In der Position (1) wird unabhängig von der Schleifereinstellung nie der Fluss Φ vollständig (geschlossen) umfasst $\Rightarrow \mathbf{U}_i = \mathbf{0}$
- b) In der Position (2) wird unabhängig von der Schleifereinstellung immer der volle Fluss umfasst $\Rightarrow |\mathbf{U}_i| = \frac{d\Phi}{dt}$

Mit einem Schleifer kann nicht jeder beliebige Teil der in einer Spule induzierten Spannung abgegriffen werden, wie es bei einem Regelwiderstand möglich ist. Der kleinste abgreifbare Spannungsunterschied ist immer die Umlaufspg. einer Windung.

Üb. 7.1.1/2:



s

Nach (7.1.1/2) $U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -A \cdot \frac{dB}{dt} = -A \cdot \frac{d}{dt}(\hat{B}[1 + \sin(\omega t)])$

$$u_i = -A \cdot \hat{B} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Für $\frac{dB}{dt} < 0$ stimmt physikalische und mathematische Richtung überein

Minuszeichen ist beim Richtungssinn schon berücksichtigt.

Üb. 7.1.1/3:

$H_1 \approx \frac{n_1 i_1}{l_1}$ Die Flusslinien verlaufen bei Gültigkeit dieser Näherung im Inneren der Spule parallel. Somit umfasst jede Windung der Spule 2 den gleichen Fluss.

$$B_1 = \mu_0 \cdot H_1$$

Fluss durch die Spule 2: $\Phi_2 = \iint_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = B_1 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_1 i_1}{l_1}$

Aus (7.1.1/6) Spulenfluss $\Psi_2 = n_2 \cdot \Phi_2$

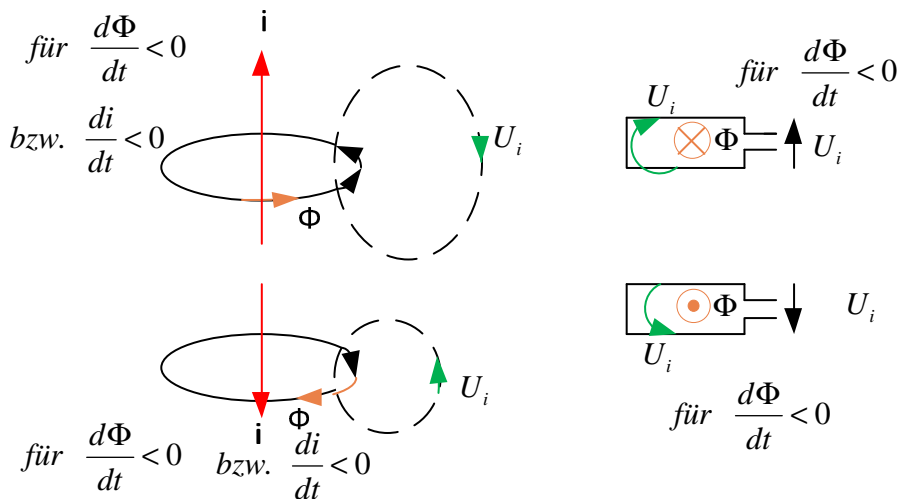
Aus (7.1.1/5) $|U_i| = \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_1 n_2}{l_1} \frac{di_1}{dt}$

Bei zeitlinearem Anstieg des Stromes ist $\frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta i_0}{\Delta t_0}$

$$|U_i| = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot \pi \cdot d_2^2 \cdot \mu_0 \cdot \Delta i_0}{4 l_1 \cdot \Delta t_0}$$

$$|U_i| = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vsec} \cdot 0,5 \text{ A}}{4 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \text{Am} \cdot 2 \text{ sec}} = \mathbf{0,987 \text{ mV}}$$

Üb. 7.1.1/4:



Aus Üb. 5.3.1.1/1 $H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

$B = \mu_0 \cdot H$ $\Phi = \iint_a^{a+b} B(r) dA$ $dA = h \cdot dr$

$$\Phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 \cdot i \cdot h \cdot dr}{2\pi \cdot r} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot h}{2\pi} \ln(r) \Big|_a^{a+b} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot h}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot i \cdot h}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right) \frac{di}{dt}$$

$$U_i = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vsec} \cdot 0,1 \text{ m}}{2\pi \text{ Am}} \ln\left(1 + \frac{30}{10}\right) \frac{di}{dt}$$

$$U_i = -2,77 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Vsec}}{\text{A}} \frac{di}{dt}$$

$0 \leq t \leq 2 \text{ sec:}$

$$i = \frac{I_{max}}{2sec} \cdot t$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_{max}}{2sec} = \frac{100A}{2sec} = 50 \frac{A}{sec}$$

$$U_i = -1,385 \mu V$$

2sec ≤ t ≤ 4 sec:

$$i = I_{max}$$

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow U_i = 0$$

4 sec ≤ t ≤ 7 sec:

$$i = I_{max} - \frac{I_{max}}{1sec} \cdot (t - 4sec)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{I_{max}}{1sec} = -100 \frac{A}{sec}$$

$$U_i = +2,77 \mu V$$

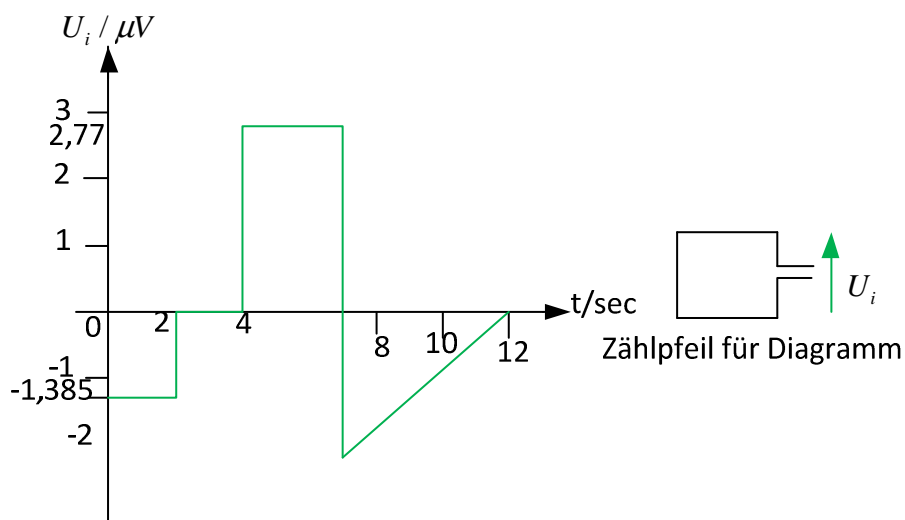
7sec ≤ t ≤ 12 sec:

$$i = -8 \frac{A}{sec^2} (t - 12 sec)^2$$

$$\frac{di}{dt} = -8 \frac{A}{sec^2} \cdot 2(t - 12sec)$$

$$U_i = +0,4432 \mu V \frac{(t-12 sec)}{sec}$$

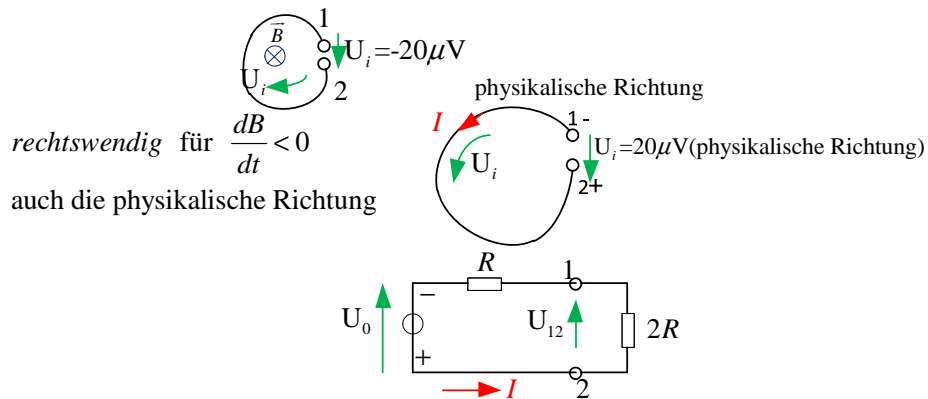
$$U_i(t = 7sec) = -2,216 \mu V$$



Üb. 7.1.1/5:

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -A \frac{B_0}{\Delta t_0} = -2 \cdot 10^{-4} m^2 \frac{0,1 Vsec}{m^2 \cdot sec}$$

$$U_i = -20 \mu V$$



$$I = \frac{U_0}{3R}$$

$$U_{21} = I \cdot 2R = \frac{U_0}{3R} \cdot 2R = U_0 \cdot \frac{2}{3}$$

$$|U_0| = |U_i| = 20 \mu V$$

$$U_{21} = 13,33 \mu V$$

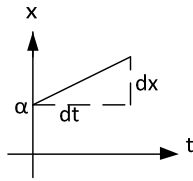
Üb. 7.1.1/6

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt} = -\vec{A} \frac{d\vec{B}}{dt} - \vec{B} \frac{d\vec{A}}{dt} = \mathbf{0}$$

Üb. 7.1.1/7:

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) = -\vec{A} \frac{d\vec{B}}{dt} - \vec{B} \frac{d\vec{A}}{dt}$$

$$\frac{dB}{dt} = \omega \cdot B_0 \cos(\omega t)$$



$$x = a + \frac{dx}{dt} \cdot t = a + v \cdot t \qquad A = x \cdot l = l(a + v \cdot t)$$

$$\frac{dA}{dt} = l \cdot v$$

$$U_i = -l(a + vt)\omega \cdot B_0 \cos(\omega t) - B_0 \sin(\omega t) \cdot lv$$

$$U_i = -l \cdot B_0 [\omega(a + vt) \cos(\omega t) + v \cdot \sin(\omega t)]$$

Üb. 7.1.1/8:

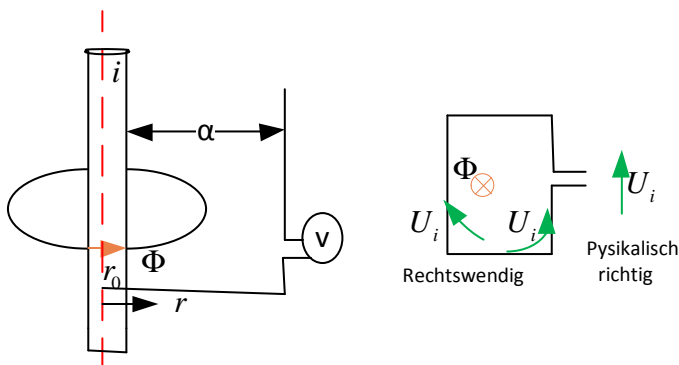
Ohmscher Widerstand zwischen den Punkten A und B

$$R_{AB} = \frac{\rho \cdot 2a}{r_0^2 \cdot \pi} = \frac{17,5 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,2 \text{ m}}{10^2 \text{ mm}^2 \pi \text{ m}} = 22,28 \mu\Omega$$

$$u = i(t) \cdot R_{AB} = \frac{\Delta i_0}{\Delta t_0} \cdot t \cdot R_{AB} = \frac{1 \text{ A}}{0,1 \text{ sec}} \cdot t \cdot 22,28 \mu\Omega = 222,8 \mu\text{V} \frac{t}{\text{sec}}$$

Position (1) $A \rightarrow 0 \Rightarrow u_{\text{Anzeige}} = u$

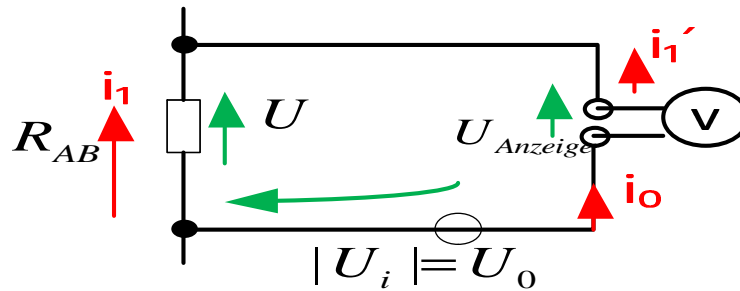
Aus Üb.7.1.1/4 $H = \frac{i}{2 \cdot \pi \cdot r} \qquad B = \mu_0 \cdot H \qquad dA = 2a \cdot dr$



$$\Phi = \iint_{r_0}^{a+r_0} B \cdot dA = \frac{i}{2 \cdot \pi} \mu_0 2a \int_{r_0}^{a+r_0} \frac{dr}{r} = \frac{i \mu_0 a}{\pi} \ln\left(\frac{a+r_0}{r_0}\right) = \frac{i \mu_0 a}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right)$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot a}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right) \cdot i$$

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot a}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right) \frac{di}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot a}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right) \frac{\Delta i_0}{\Delta t_0}$$



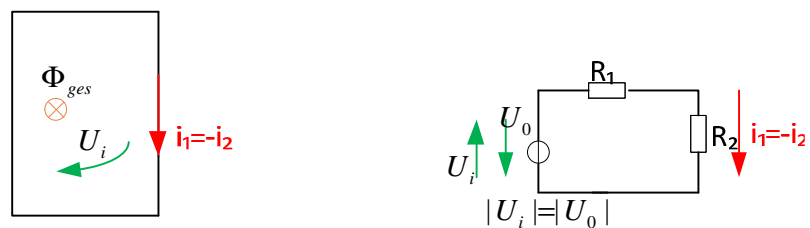
Physikalisch richtig

$$U_i = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vsec}}{\pi} \frac{1 \text{ A}}{0,1 \text{ sec}} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \ln(1 + 20) = -2,44 \mu\text{V}$$

$$u_{\text{Anzeige}} = u + |U_i| = \left(222,8 \frac{\text{t}}{\text{sec}} + 2,44\right) \mu\text{V}$$

Üb. 7.1.1/9:

a)

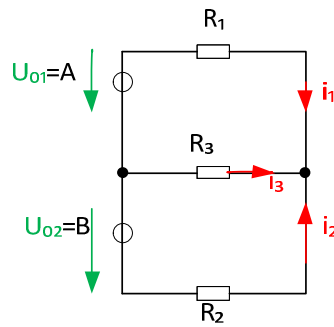
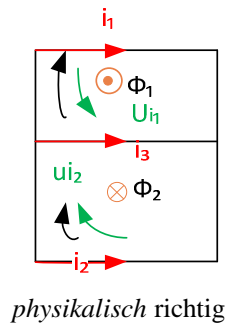


$$\Phi_{\text{ges}} = -\Phi_1 + \Phi_2$$

$$U_i = -\frac{d\Phi_{\text{ges}}}{dt} = -\frac{d}{dt}(-\Phi_1 + \Phi_2) = \frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt} = A + B$$

$$i_1 = -i_2 = \frac{A+B}{R_1+R_2}$$

b)



$$u_{i_1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -A$$

$$u_{i_2} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = B$$

$$\sum U = 0: \quad -U_{01} + i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0$$

$$-U_{02} - i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$$

$$\sum I = 0: \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$i_1 R_1 + (i_1 + i_2) R_3 = U_{01}$$

$$-i_2 R_2 - (i_1 + i_2) R_3 = U_{02}$$

$$i_1 (R_1 + R_3) + i_2 R_3 = U_{01} / R_3$$

$$-i_1 R_3 - i_2 (R_2 + R_3) = U_{02} / (R_1 + R_3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 R_3 (R_1 + R_3) + i_2 R_3^2 = U_{01} (R_3) \\ -i_1 R_3 (R_1 + R_3) - i_2 (R_2 + R_3) (R_1 + R_3) = U_{02} (R_1 + R_3) \end{cases}$$

$$i_2 [R_3^2 - R_1 R_2 - R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_3^2] = \underbrace{U_{01}}_A R_3 + \underbrace{U_{02}}_B (R_1 + R_3)$$

$$i_2 = \frac{-AR_3 - B(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$i_1 = \frac{-U_{02} - i_2 (R_2 + R_3)}{R_3} = -\frac{B}{R_3} + \frac{(R_2 + R_3)}{R_3} \left(\frac{AR_3 + B(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right)$$

$$i_1 = \frac{-B[R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3] + B[R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_3^2] + AR_3 (R_2 + R_3)}{R_3 (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)}$$

$$i_1 = \frac{A(R_2 + R_3) + BR_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$i_3 = -i_1 - i_2 = \frac{-A(R_2 + R_3) - BR_3 + AR_3 + B(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{-AR_2 + BR_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Üb. 7.1.1/10:

$$\theta = n_1 \cdot i_1 = n_1 \cdot \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega t) \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

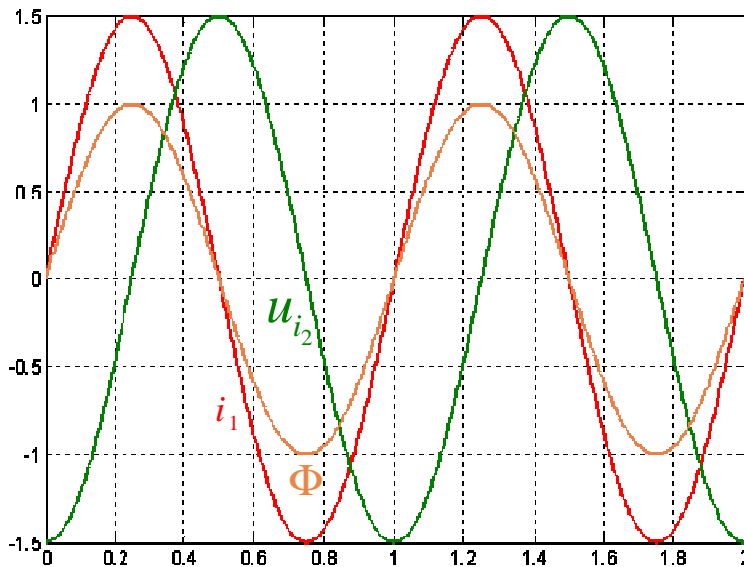
$$R_m = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

$$\Phi(t) = \frac{\theta}{R_m} = \frac{n_1 \cdot \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega t)}{\frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}} = \frac{n_1 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot \hat{i}_1}{l_{Fe}} \cdot \sin(\omega t) = \hat{\Phi} \sin(\omega t)$$

$$u_{12} = -n_2 \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot \hat{i}_1 \cdot \omega}{l_{Fe}} \cdot \cos(\omega t) = -\hat{u}_{i_2} \cdot \cos(\omega t)$$

Wickelsinn der Spulen nicht berücksichtigt

b)



c)
$$\Phi = \underbrace{\hat{B}}_{B_{max}} \cdot A = \frac{n_1 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot \hat{i}_1}{l_{Fe}}$$

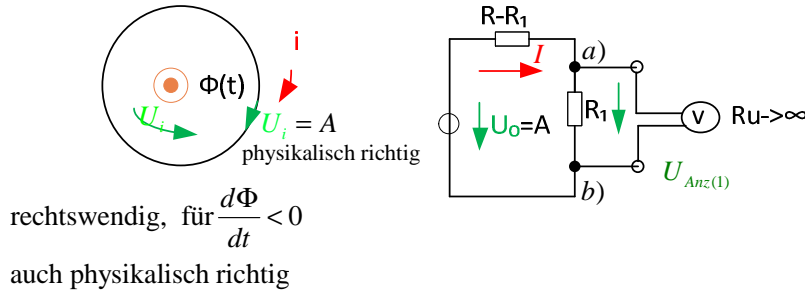
$$\hat{i}_1 = \frac{B_{max} \cdot l_{Fe}}{n_1 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{Vsec} \cdot 0,35 \text{ m Am}}{2 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vsec} \cdot 1,2 \cdot 10^3}$$

$$\hat{i}_1 = 9,28 \text{ mA}$$

$$\hat{u}_{i_2} = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot l_{Fe}}{l_{Fe} \cdot \underbrace{n_1 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}_i} = n_2 \cdot A \cdot \omega \cdot B_{max} = 5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{8 \cdot 10^2}{\text{sec}} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

$$\hat{u}_{i_2} = 1,005 \text{ kV}$$

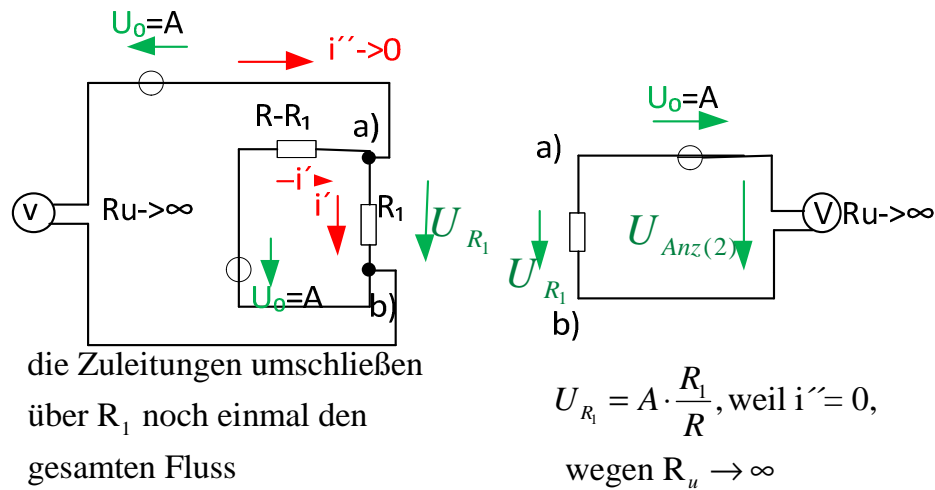
Üb. 7.1.1/11:



$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -A$$

$$U_{Anz(1)} = I \cdot R_1 \quad I = \frac{A}{R}$$

$$U_{Anz(1)} = A \cdot \frac{R_1}{R}$$



Die Zuleitungen umschließen über R_1 noch einmal den gesamten Fluss.

$$\sum U = 0: \quad -U_{R_1} + U_0 + U_{Anz(2)} = 0$$

$$U_{Anz(2)} = U_{R_1} - U_0 = A \cdot \frac{R_1}{R} - A = A \left(\frac{R_1}{R} - 1 \right)$$

$$U_{Anz(2)} = \frac{-A(R-R_1)}{R}$$

Üb. 7.2.1/1:

a) Aus (7.2.1/7) $L = \frac{n^2}{R_{mges}} = \frac{n^2}{R_{me}} = \frac{n^2}{\frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A}} = \frac{n^2 \mu_0 \mu_r A}{l_e}$

$$L = \frac{16 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vsec} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{Am \cdot 0,5 \text{m}} = 57,9 \frac{\text{Vsec}}{A} = 57,9 \text{H}$$

b) $L = \frac{n^2}{R_{mges}} = \frac{n^2}{R_{me} + R_{mL}} = \frac{n^2}{\frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{l_L}{\mu_0 A}} = \frac{n^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l_e + \mu_r l_L}$

$$L = \frac{16 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vsec} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{Am \cdot (0,5 + 1,2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3})m} = 17 \frac{\text{Vsec}}{A} = 17 \text{H}$$

c) $L = \frac{n^2}{R_{mges}} \quad dL = \frac{2n}{R_{mges}} \cdot dn$

$$\frac{dL}{L} = \frac{2n}{R_{mges}} \cdot \frac{dn}{\frac{n^2}{R_{mges}}} = 2 \cdot \frac{dn}{n}$$

$$\frac{dn}{n} = \frac{1}{2} \frac{dL}{L} = \frac{1}{2} \cdot 2\% = 1\%$$

$dn = n \cdot 1\% = 4000 \cdot 1\% = 40$ 40 Windungen müssen hinzu gewickelt werden.

Üb. 7.2.1/2:

Aus Üb. 5.3.2/1 $\Phi = \frac{\mu_0 \mu_r \cdot n \cdot h}{2\pi} \cdot I \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$

Aus (7.2.1/3) $L = \frac{\Psi}{I} = n \cdot \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r \cdot n^2 \cdot h}{2\pi} \cdot I \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{Am} \frac{175^2}{2\pi} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot \ln\left(\frac{6,5}{5,5}\right) \cdot \mu_r = 2,046 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Vsec}}{A} \mu_r$$

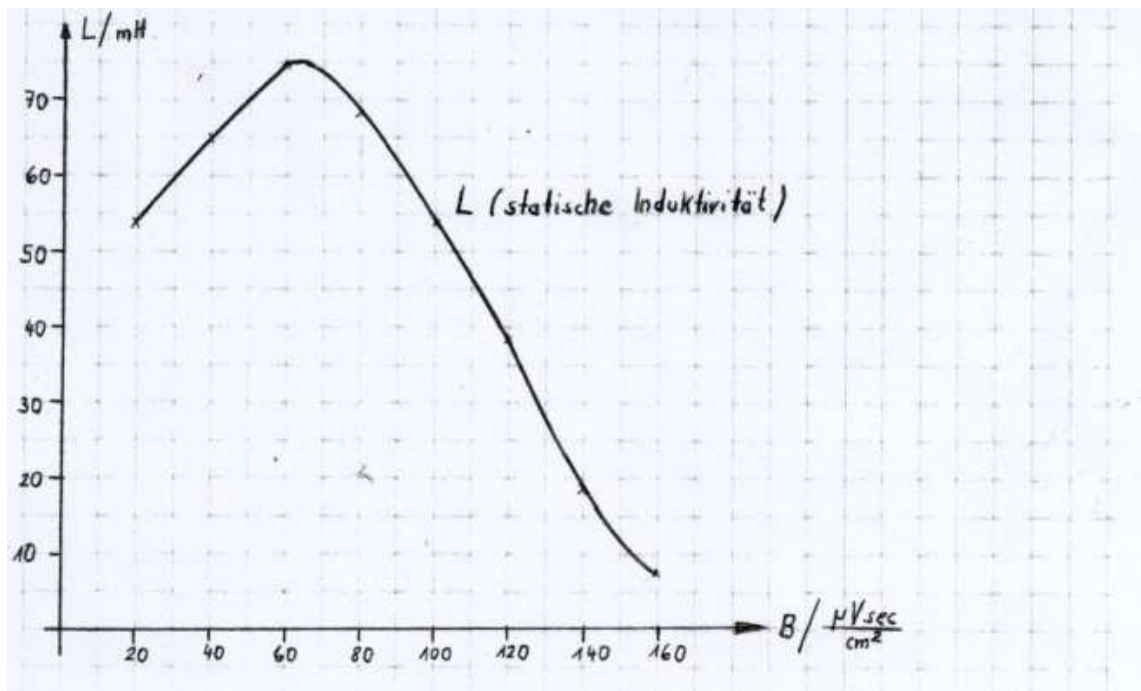
$$L = 2,046 \cdot 10^{-5} \mu\text{H} \cdot \mu_r$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 \cdot H}$$

$$\frac{\mu\text{Vsec}}{\text{cm}^2} = \frac{10^{-6} \text{Vsec}}{10^{-4} \text{m}^2} = 10^{-2} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

$B/\mu\text{Vsec}/\text{cm}^2$	20	40	60	80	100	120	140	160
H/A/cm	0,6	1,0	1,3	1,9	3,0	5,1	11,7	35,0
μ_r	2653	3183	3673	3351	2653	1872	952	364
L/mH	54,3	65,1	75,2	68,6	54,3	38,3	19,5	7,4



Üb. 7.2.1.1/1:

$u_{R(t)} = i_{(t)} \cdot R \Rightarrow u_{R(t)}$ verläuft proportional dem eingespeisten Strom

Aus (7.2.1.1/1) $u_{L(t)} = L \cdot \frac{di}{dt}$

$0 \leq t \leq t_1$ $\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{I-0}{t_1-0} = \frac{I}{t_1}$

$u_{L(t)} = \frac{L \cdot I}{t_1}$

$t_1 \leq t \leq 2t_1$ $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_{L(t)} = 0$

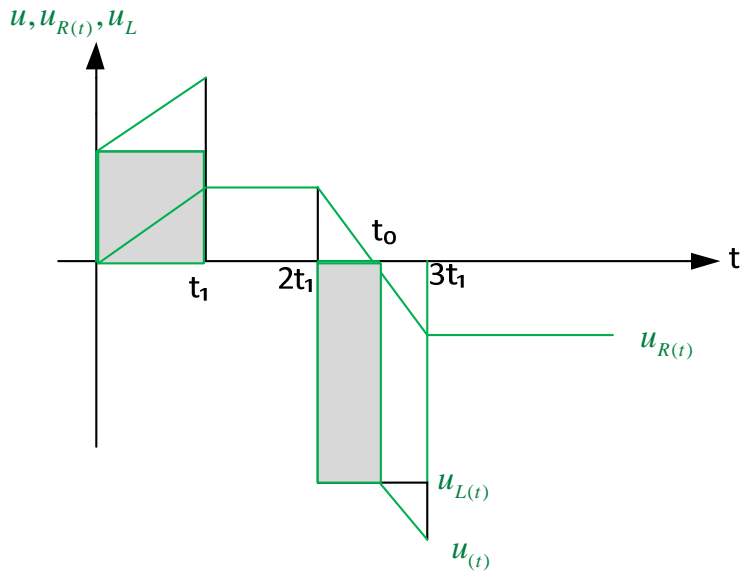
$2t_1 \leq t \leq 3t_1$ $\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{-I-(+I)}{3t_1-2t_1} = \frac{-2I}{t_1}$

$u_{L(t)} = -L \cdot \frac{2 \cdot I}{t_1}$

$3t_1 \leq t \leq \infty$

$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_{L(t)} = 0$

$u_{(t)} = u_{R(t)} + u_{L(t)}$



Die beiden grauen Flächen müssen gleiche Größe haben, denn zur Zeit t_0 ist der Kreis wieder im Ausgangszustand, d.h. der durch den Strom I erzeugte Fluss ist wieder abgebaut ($H \sim I, B \sim H, \Phi \sim B \Rightarrow \Phi \sim I$)

Aus (7.2.1.1/1) $u_L(t) = \frac{d\Psi}{dt}$

$\Psi = \int_0^{t_0} u_L(t) \cdot dt = 0 \Rightarrow$ Flächen müssen gleich sein.

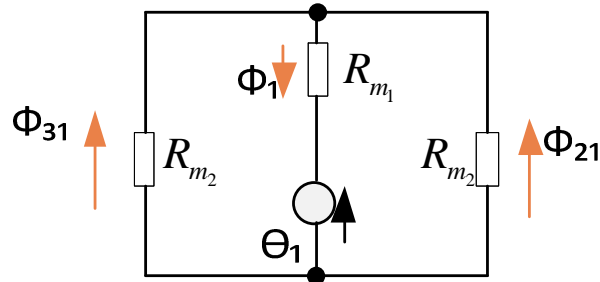
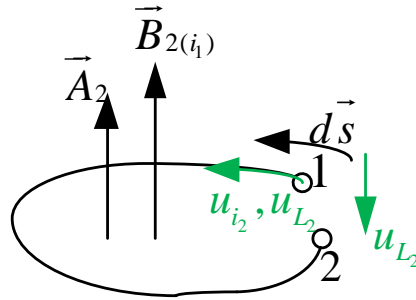
Üb. 7.2.1.2/1:

Aus (7.2.1/7) $L_{i_1} = \frac{n_1^2}{R_m} = \frac{\Psi_1}{I_1} = \frac{n_1 \cdot \Phi_1}{I_1}$
aus(7.2.1/3)

Aus (7.2.1.2/1) $L_{ges_1} = \sum_{i=1}^3 L_{i_1} = 3 \cdot L_{i_1} = \frac{3}{R_m} \quad (n_1 = 1) \Rightarrow R_m = \frac{3}{L_{ges_1}}$

$$L_2 = \frac{n_2^2}{R_m} = \frac{3^2}{3} L_{ges_1} = 3 \cdot L_{ges_1}$$

Üb. 7.2.2/1:



$$R_{m_2} = \frac{\frac{1}{2}d_m\pi}{\mu_0\mu_r A}$$

$$R_{m_1} = \frac{d_m}{\mu_0\mu_r A}$$

$$R_{m_{ges}} = R_{m_1} + \frac{R_{m_2}}{2} = \frac{d_m}{\mu_0\mu_r A} + \frac{1}{4} \frac{d_m\pi}{\mu_0\mu_r A} = \frac{d_m}{\mu_0\mu_r A} \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]$$

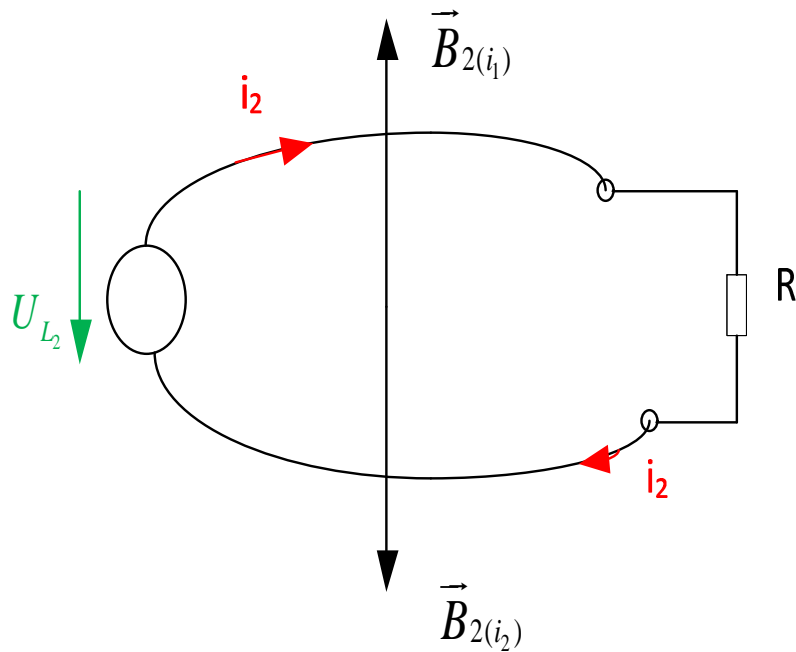
$$\Phi_1 = \frac{\theta_1}{R_{m_{ges}}} = \frac{n_1 \cdot i_1}{\frac{d_m}{A \cdot \mu_0 \mu_r} \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]} = \frac{n_1 \cdot i_1 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{d_m \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]}$$

$$\Phi_{21} = \Phi_{31} \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_{21} + \Phi_{31} = 2\Phi_{21}$$

$$\Phi_{21} = \frac{\Phi_1}{2} = \frac{n_1 \cdot i_1 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2d_m \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]}$$

Aus (7.2.2/2) $M_{21} = \frac{n_2}{i_1} \cdot \Phi_{21} = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2d_m \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]}$ M_{21} positiv, da \vec{A} in Richtung $\vec{B}_{2(i_1)}$ gewählt.

Aus (7.2.2/1) $u_{L_2} = M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt} = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2d_m \left[1 + \frac{\pi}{4} \right]} \cdot \frac{di_1}{dt}$



Kontrolle: $\vec{B}_{2(i_2)}$ muss zu $\vec{B}_{2(i_1)}$ entgegengesetzt sein.

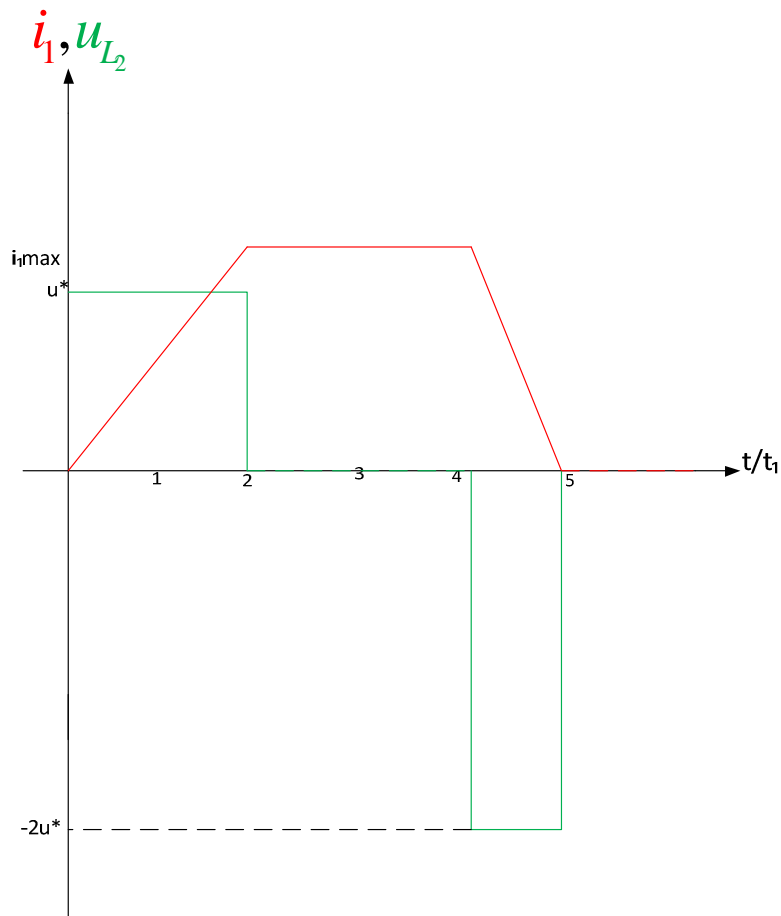
$$0 \leq \frac{t}{t_1} \leq 2 \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = \frac{i_{1max}}{2t_1}$$

$$\mathbf{u}_{L2} = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2d_m \left[1 + \frac{\pi}{4}\right]} \cdot \frac{i_{1max}}{2t_1} = \mathbf{u}^*$$

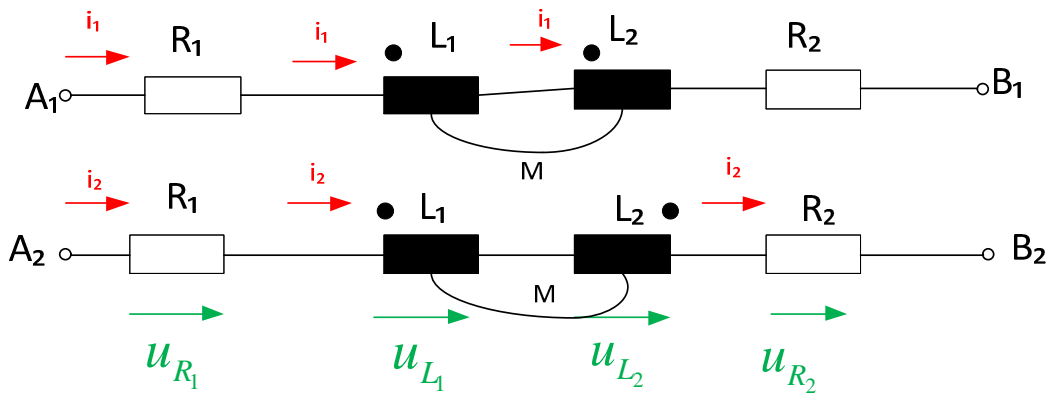
$$2 \leq \frac{t}{t_1} \leq 4 \quad \frac{di_1}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{u}_{L2} = \mathbf{0}$$

$$4 \leq \frac{t}{t_1} \leq 5 \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = \frac{0 - i_{1max}}{5t_1 - 4t_1} = -\frac{i_{1max}}{t_1}$$

$$\mathbf{u}_{L2} = -\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2d_m \left[1 + \frac{\pi}{4}\right]} \cdot \frac{i_{1max}}{t_1} = -2\mathbf{u}^*$$



Üb. 7.2.4/1:



a) $u_{A_1B_1} = u_{R_1} + u_{L_1} + u_{L_2} + u_{R_2} = i_1 R_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} + i_1 R_2$

$u_{A_1B_1} = i_1 (R_1 + R_2) + \frac{di_1}{dt} (L_1 + L_2 + 2M) \triangleq i_1 R_{A_1B_1} + \frac{di_1}{dt} \cdot L_{A_1B_1}$

$R_{A_1B_1} = R_1 + R_2$

$L_{A_1B_1} = L_1 + L_2 + 2M$

$$u_{A_2B_2} = u_{R_1} + u_{L_1} + u_{L_2} + u_{R_2} = i_2 R_1 + L_1 \cdot \frac{di_2}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2$$

$$u_{A_2B_2} = i_2(R_1 + R_2) + \frac{di_2}{dt}(L_1 + L_2 - 2M) \triangleq i_2 R_{A_2B_2} + \frac{di_2}{dt} \cdot L_{A_2B_2}$$

$$R_{A_2B_2} = R_1 + R_2$$

$$L_{A_2B_2} = L_1 + L_2 - 2M$$

b) Aus (7.2.3/11) $k = 1 = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

Aus (7.2.3/5) $L_\sigma = 0 \Rightarrow L_h = L \left. \begin{matrix} L_{h_1} = L_1 \\ L_{h_2} = L_2 \end{matrix} \right\}$

Aus (7.2.3/6) $\left. \begin{matrix} L_{h_1} = \frac{n_1}{n_2} M = L_1 \\ L_{h_2} = \frac{n_2}{n_1} M = L_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} n_1 = n_2 \\ L_1 = L_2 = M = L \end{matrix} \quad L_{A_1B_1} = 4L$

$$L_{A_2B_2} = 0$$

$L_{A_2B_2} = 0$ lässt sich technisch nur durch bifilare Wicklung erreichen \Rightarrow induktionsarme Widerstände

Üb. 8.1/1:

Aus (8.1/5) $L_i = \frac{2 \cdot W_i}{I^2}$

Aus Bsp. 8.1/1 $W_i = \frac{\mu_0}{2} \iiint_{\text{Volumen}} H_i^2 dV \quad \text{mit } dV = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot dr$

$0 \leq r \leq r_d$ $H_i = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_d^2} \cdot r$

$$W_i = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot l}{2 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r_d^4} \cdot \int_0^{r_d} r^3 dr = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot l}{4\pi} \frac{1}{r_d^4} \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^{r_d}$$

$$W_i = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot l r_d^4}{16\pi \cdot r_d^4} = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot l}{16\pi}$$

$$L_i = \frac{\mu_0 \cdot l}{8\pi} \quad \text{siehe 1. Term in Beispiel 8.1/1}$$

Üb. 8.1/2:

a) Aus Bsp. 8.1/1 $W = \frac{\mu_0}{2} \iiint_{\text{Volumen}} H^2 dV$

$$dV = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \cdot dr$$

Aus Üb. 5.3.2/1 $r_1 = r = r_a$: $H = \frac{nI}{2 \cdot \pi \cdot r}$

$$W = \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot I^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot 4\pi^2} \cdot \int_{r_i}^{r_a} \frac{r}{r^2} dr = \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot I^2 \cdot h}{4\pi} \cdot \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{r} dr$$

$$W = \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot I^2 \cdot h}{4\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

b) Aus (8.1/5) $L = \frac{2W}{I^2} = \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$

Üb. 8.1/3:

Energieerhaltung bedingt: $W_{magn} = W_{elektr.}$

Aus (8.1/5) $W_{magn} = \frac{1}{2}LI^2$

Aus (4.4.8/1) ET1 $W_{elektr.} = \frac{1}{2}CU^2$

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CU^2$$

$$C = L \cdot \left(\frac{I}{U}\right)^2 = 3,6 \frac{Vsec}{A} \left(\frac{1 A}{300 V}\right)^2 = 4 \cdot 10^{-5} \frac{Vsec A^2}{A V^2}$$

$$C = 40 \cdot 10^{-6} \frac{Asec}{V} = 40 \mu F$$

Üb. 8.2/1:

Aus (8.2/2) $F = \frac{A_{ges}}{2\mu_0} \cdot B_L^2 = \frac{A_1}{\mu_0} B_L^2$

$$B_L = \sqrt{\frac{F\mu_0}{A_1}}$$

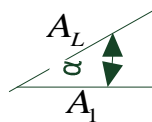
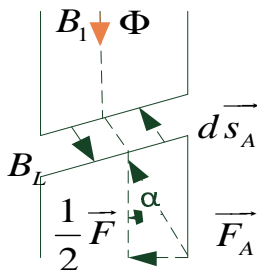
$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$VAsec = N \cdot m \Rightarrow N = \frac{VAsec}{m}$$

$$B_L = \sqrt{\frac{3,7 \cdot 10^3 VAsec \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} Vsec}{100 \cdot 10^{-4} m^2 m Am}}$$

$$B_L = \sqrt{\frac{0,465 V^2 sec^2}{m^4}} = 0,682 \frac{Vsec}{m^2}$$

2. Weg:



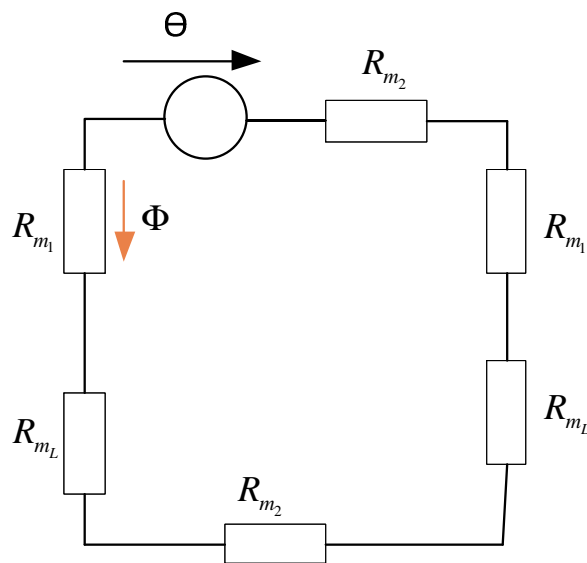
Aus (8.2/2) $F_A = \frac{A_L}{2\mu_0} B_L^2$

$$\cos(\alpha) = \frac{A_1}{A_L} \Rightarrow A_L = \frac{A_1}{\cos(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{1}{2}F}{F_A} \Rightarrow F_A = \frac{F}{2\cos(\alpha)}$$

$$\frac{F}{2\cos(\alpha)} = \frac{A_1}{\cos(\alpha) \cdot 2\mu_0} B_L^2 \Rightarrow B_L = \sqrt{\frac{F \cdot \mu_0}{A_1}} \text{ siehe 1. Weg}$$

b)



$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu \cdot A_1} = \frac{l_1 H_1}{A_1 B_1} \quad R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{l_2 H_2}{A_2 B_2}$$

$$R_{m_L} = \frac{l_L}{\mu_0 \cdot A_L} = \frac{l_L \cdot \cos(\alpha)}{\mu_0 \cdot A_1} = \frac{2,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \cos(30^\circ)}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vsec}}{\text{Am}} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$R_{m_L} = 1,723 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$I \cdot n = \theta = \Phi \cdot 2(R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_L})$$

$$I = \frac{2 \cdot \Phi}{n} (R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_L})$$

Aus a) $B_L = 0,682 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$ $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$$\Phi = B_L \cdot A_L = B_L \cdot \frac{A_1}{\cos(\alpha)} = 0,682 \cdot \frac{\text{Vsec} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{\text{m}^2 \cos(30^\circ)} = 7,875 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}$$

$$\Phi = \text{konst} = B_1 \cdot A_1 = B_2 \cdot A_2$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\Phi}{A_1} = \frac{7,875 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}}{100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,7875 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} \Rightarrow H_1 = 2,15 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \\ B_2 &= \frac{\Phi}{A_2} = \frac{7,875 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}}{90 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,875 \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2} \Rightarrow H_2 = 2,6 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \end{aligned} \right\} \text{aus Bild 6.4/20}$$

$$R_{m_1} = \frac{l_1 H_1}{A_1 B_1} = \frac{0,35 \text{ m} \cdot 2,15 \text{ A}}{100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0,7875 \text{ Vsec}} = 9,556 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2 H_2}{A_2 B_2} = \frac{0,6 \text{ m} \cdot 2,6 \text{ A}}{90 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0,875 \text{ Vsec}} = 19,81 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{Vsec}}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{2 \cdot \Phi}{n} (R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_L}) \\ &= \frac{2 \cdot 7,875 \cdot 10^{-3} \text{ Vsec}}{300} (9,556 + 19,81 + 172,3) \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{Vsec}} \end{aligned}$$

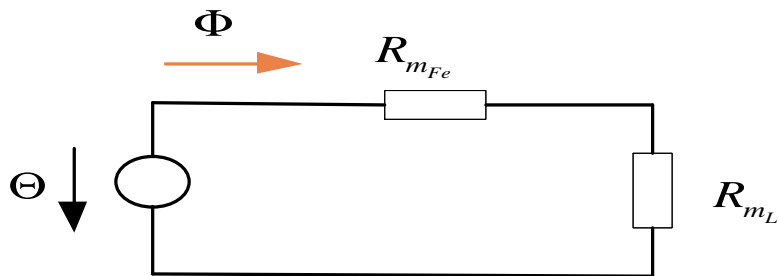
I = 10,59 A

Üb. 8.2/2:

Aus (8.2/2) $F(d\vec{s}) = \frac{A^*}{2\mu_0} B^2$ siehe Bild 8.2/7: $A^* = \text{Gesamtfläche} = 2 A = 20 \text{ cm}^2$

$$\Phi = \text{Konst}, \quad A = \text{Konst}, \quad \Rightarrow B_{\text{Luft}} = B_{\text{Eisen}} = \frac{\Phi}{A} = B$$

a)



$$\theta = I \cdot n_{ges} = \Phi \cdot (R_{m_{Fe}} + R_{m_L}) = B \cdot A (R_{m_{Fe}} + R_{m_L})$$

$$R_{m_L} = \frac{2 \cdot s}{\mu_0 \cdot A}$$

$$R_{m_{Fe}} = \frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{l_m H_{Fe}}{A \cdot B}$$

$$\theta = B \cdot A \left[\frac{l_m H_{Fe}}{A \cdot B} + \frac{2 \cdot s}{\mu_0 \cdot A} \right] = l_m \cdot H_{Fe} + \frac{2 \cdot s \cdot B}{\mu_0}$$

Forderung: $\Delta = H_{Fe} + \frac{1}{l_m} \left(\frac{2 \cdot s \cdot B}{\mu_0} - \theta \right) = 0 \quad B = f(H_{Fe})$

$$l_m = 0,5 \text{ m}; \quad \frac{2 \cdot s}{\mu_0 \cdot A} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} = 3978,87 \frac{\text{Am}^2}{\text{Vsec}};$$

$$\theta = 2 A \cdot 1700 = 3400 A$$

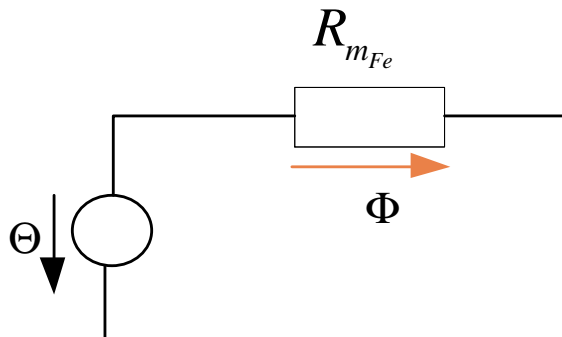
Magnetisierungskurve (Bild 1)

$H_{Fe}/\frac{A}{m}$	$B/\frac{Vsec}{m^2}$	$\Delta'/\frac{A}{m}$	$\Delta=\frac{A}{m}$
100	0,41	-3537,33	-3437,33
200	0,815	-314,44	-114,44
220	0,85	-35,92	+184,08
210	0,835	-115,29	+54,71
205	0,82	-276,65	-69,65

$$B \approx \frac{0,82+0,835}{2} = 0,8275 \frac{Vsec}{m^2}$$

$$F = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-4} m^2}{2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vsec}{Am}} 0,8275^2 \frac{V^2 sec^2}{m^4} = 544,91 \frac{VAsec}{m} = \mathbf{544,91 N}$$

b)



$$\theta = I \cdot n_{ges} = \Phi \cdot R_{mFe} = B \cdot A \cdot \frac{l_m H_{Fe}}{A B}$$

$$H_{Fe} = \frac{I \cdot n_{ges}}{l_m} = \frac{2 A \cdot 1700}{0,5 m} = 6800 \frac{A}{m} = 68 \frac{A}{cm}$$

Aus Magnetisierungskurve: $B(H_{Fe}) = 1,68 \frac{Vsec}{m^2}$

$$F = \frac{A \cdot B^2}{\mu_0} = \frac{10 \cdot 10^{-4} m^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vsec}{Am}} \cdot 1,68^2 \frac{V^2 sec^2}{m^4} = \mathbf{2246 N}$$