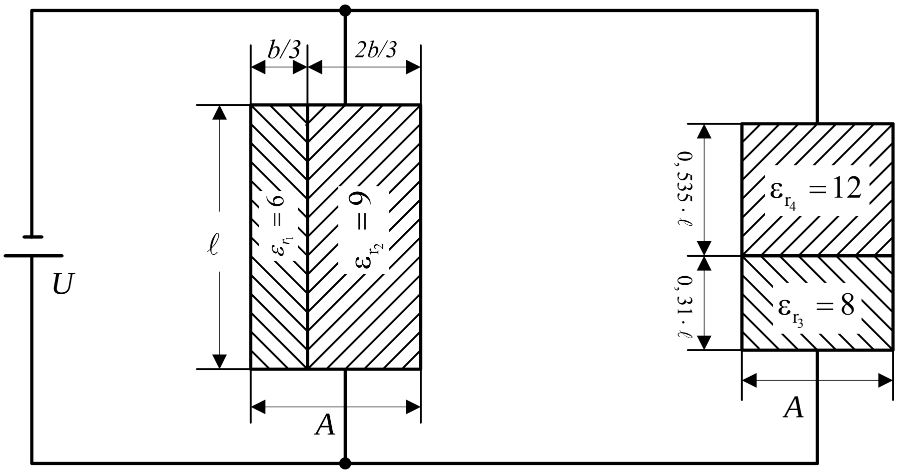
Üb.1:

Die beiden Kondensatoren mit längs-bzw.quergeschichtetem Dielektrikum liegen an der Spannung U ; die Kondensatorfläche A ist bei beiden Kondensatoren gleich groß. Randeffekte können vernachlässigt werden. Das $\vec{D}$ – bzw. $\vec{E}$ - Feld im Dielektrikum $\varepsilon_{r_1} = 6$ wird durch 4 Feldlinien charakterisiert.

a) Zeichnen Sie quantitativ (Berechnung der Anzahl der Feldlinien) die $\vec{D}$ - und $\vec{E}$ - Felder für die restlichen 3 Dielektrika ε_{r_2} bis ε_{r_4} .

b) Der quergeschichtete Kondensator (ε_{r_3} , ε_{r_4}) besitzt eine Kapazität $C_1 = 16\mu$F. Wie groß ist die Gesamtkapazität C_{ges} der Schaltung ?



Lösung:

a) $E_{t_1} = E_{t_2} \Rightarrow E_1 = E_2 = \dfrac{U}{\ell} \mathrel{\hat=}$ 4 Feldlinien (Bezugsfeldstärke)

$$D_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_1} \cdot E_1 = \varepsilon_{r_1} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} = 6 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \mathrel{\hat=} 4 \text{ Feldlinien (Bezugserregung)}$$

$$D_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_2} \cdot E_2 = \varepsilon_{r_2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} = 9 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} = 1{,}5 \cdot D_1 \mathrel{\hat=} 6 \text{ Feldlinien}$$

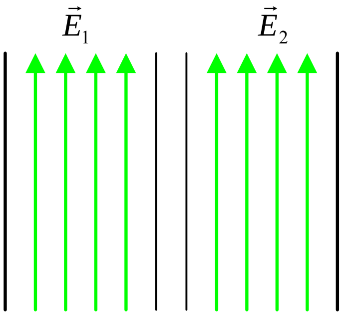
$$D_{n_3} = D_{n_4} = D \ , \quad E_3 = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_3}} \quad , \quad E_4 = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_4}}$$

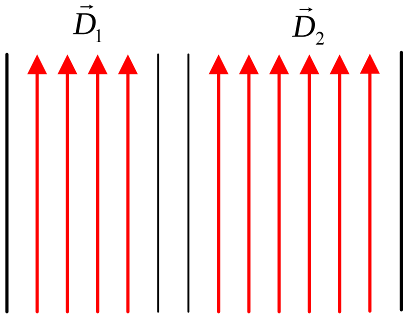
$$U = 0{,}31 \cdot \ell \cdot E_3 + 0{,}535 \cdot \ell \cdot E_4 = \frac{\ell \cdot D}{\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{0.31}{\varepsilon_{r_3}} + \frac{0{,}535}{\varepsilon_{r_4}} \right]$$

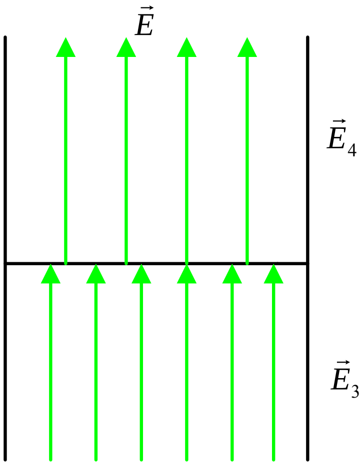
$$D = \frac{U \cdot \varepsilon_0}{\ell} \cdot \frac{1}{\frac{0{,}31}{8} + \frac{0{,}535}{12}} = \frac{U \cdot \varepsilon_0}{\ell} \cdot \frac{1}{0{,}08333} = 12 \cdot \frac{U \cdot \varepsilon_0}{\ell} \mathrel{\hat=} 2D_1 \mathrel{\hat=} 8 \text{ Feldlinien}$$

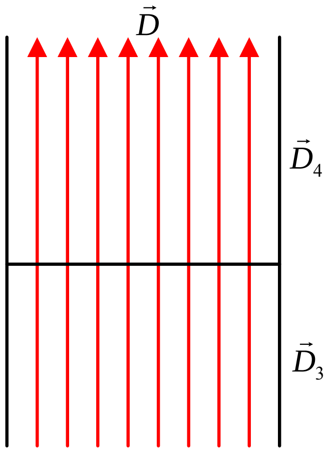
$$E_3 = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_3}} = \frac{12}{8 \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{U \cdot \varepsilon_0}{\ell} = 1{,}5 \cdot \frac{U}{\ell} \mathrel{\hat=} 1{,}5 \cdot E_1 \mathrel{\hat=} 6 \text{ Feldlinien}$$

$$E_4 = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r_4}} = \frac{12}{12 \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{U \cdot \varepsilon_0}{\ell} = \frac{U}{\ell} \mathrel{\hat{=}} E_1 \mathrel{\hat{=}} \text{4 Feldlinien}$$









b) $$U = \frac{\ell \cdot D}{\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{0,31}{\varepsilon_{r_3}} + \frac{0,535}{\varepsilon_{r_4}} \right] \qquad Q = D \cdot A$$

$$C_1 = \frac{Q}{U} = \frac{\cancel{D} \cdot A}{\frac{\ell \cdot \cancel{D}}{\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{0,31}{8} + \frac{0,535}{12} \right]} = 12 \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{\ell} = 16 \mu F$$

Längsgesch. Kondensator:

$$Q_1 = D_1 \cdot \frac{A}{3} = 6 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot \frac{A}{3} = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot A$$

$$Q_2 = D_2 \cdot \frac{2}{3} A = 9 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot \frac{2}{3} A = 6 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot A$$

$$Q_{ges} = Q_1 + Q_2 = \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot A (2+6) = 8 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\ell} \cdot A$$

$$C_2 = \frac{Q_{ges}}{U} = \frac{8 \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{\ell} \quad , \quad \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{\ell} = \frac{16 \cdot \mu F}{12}$$

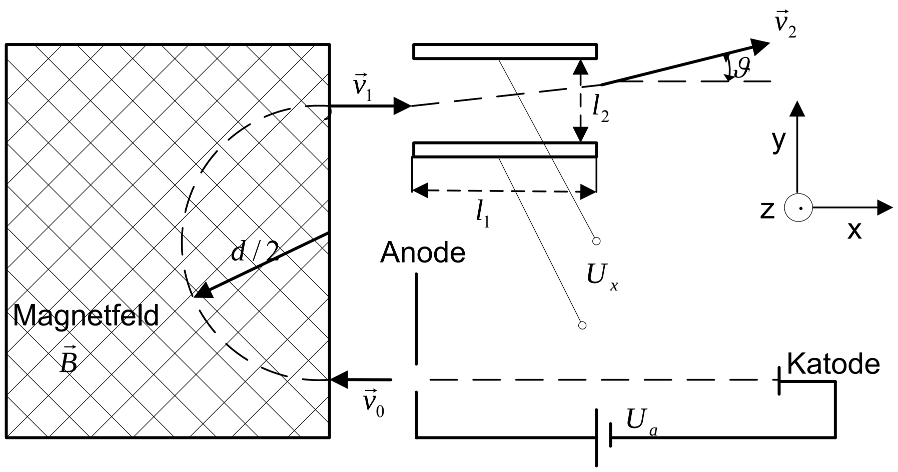
$$C_2 = \frac{8 \cdot 16\mu F}{12} = 10,67\mu F$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2 = (16 + 10,67)\mu F = \underline{\underline{26,67\mu F}}$$

Üb.2 :

Die aus der Katode austretenden Elektronen **(** $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Asec **,** $m_0 = 9,108 \cdot 10^{-31}$kg **)** werden durch die Anodenspannung U_a auf die Geschwindigkeit v_0 beschleunigt . Anschließend durchlaufen die Elektronen das skizzierte Magnetfeld (B=1,45mT) auf einer Kreisbahn und erreichen mit der Geschwindichkeit v_1 das elektr. Ablenksystem ($l_1 = 3,8cm$, $U_x = 615V$).

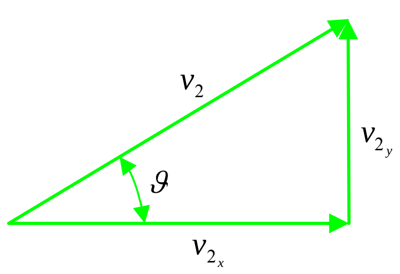
Die Geschwindigkeit nach der Ablenkung ($\vartheta = 27,5^\circ$) beträgt $v_2 = 37250 km/\sec$.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1 .
b) Ermitteln Sie den Abstand l_2 der x-Ablenkplatten .
c) Berechnen Sie den Durchmesser d der Elektronenkreisbahn .

Lösung:

a)



$$v_1 = v_{2x}$$

$$\cos(\vartheta) = \frac{v_{2x}}{v_2}$$

$$v_1 = v_{2_x} = v_2 \cdot \cos(\vartheta) = 37250 \frac{km}{sec} \cdot \cos(27,5^\circ) = \underline{\underline{33.041,15 \frac{km}{sec}}}$$

b) aus Üb 1) : $E_x = \tan(\vartheta) \cdot \frac{2U_a}{l_1}$ $U_x = E_x \cdot l_2$

$$U_x = U_a \cdot \frac{2l_2}{l_1} \cdot \tan(\vartheta)$$

$$l_2 = \frac{U_x}{U_a} \cdot \frac{l_1}{2\tan(\vartheta)} \quad (1) \qquad v^2_0 = \frac{2 \cdot e \cdot U_a}{m_0} \qquad v_0 = v_1$$

$$U_a = \frac{v^2_1 \cdot m_0}{2 \cdot e} = \frac{(3{,}304115 \cdot 10^7 \frac{m}{sec})^2 \cdot 9{,}108 \cdot 10^{-31} kg}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} A\,sec} = 3103{,}42\,V$$

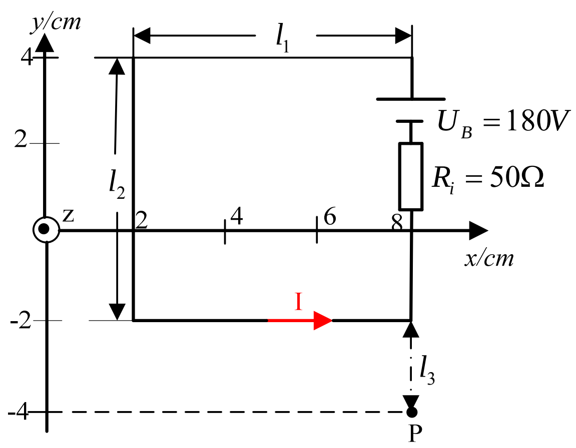
Mit (1) $l_2 = \frac{615 \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-2} m}{3103{,}42V \cdot 2 \cdot \tan(27{,}5^\circ)} = 7{,}23 \cdot 10^{-3} m = \underline{\underline{7{,}23mm}}$

c)

$\boxed{kg = \frac{VA\,sec^3}{m^2}}$ aus 3. Bsp : $\frac{d}{2} = \frac{m_0 \cdot v_0}{e \cdot B}$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{2 \cdot m_0 \cdot v_0}{e \cdot B} = \frac{2 \cdot 9{,}108 \cdot 10^{-31} \frac{\cancel{VA\,sec^3}}{\cancel{m^2}} \cdot 3{,}304115 \cdot 10^7 \frac{m}{\cancel{sec}}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cancel{A\,sec} \cdot 1{,}45 \cdot 10^{-3} \frac{\cancel{V\,sec}}{\cancel{m^2}}} = \underline{\underline{25{,}9cm}}$$

Üb.3 :



Die skizziete Drahtschleife hat einen Widerstand von R= 16,5Ω. Die Dicke des sehr dünnen Drahtes kann vernachlässigt werden.

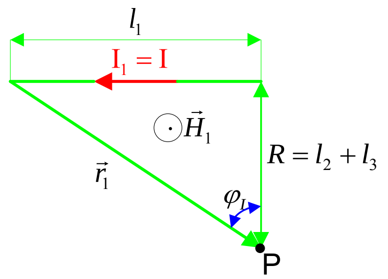
Wie groß ist die magnetische Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung im Punkt P ?

$l_1 = 6cm$, $l_2 = 6cm$, $l_3 = 2cm$

Lösung:

analog zum 8. Bsp. $I = \frac{U_B}{R_i + R} = \frac{180V}{(50 + 16{,}5)\Omega} = 2{,}707A$

$$H = \frac{I}{4\pi R}\left[\sin(\varphi)\right] \Big|_{\varphi_{II}}^{\varphi_I}$$ (Strom hinfließt) / (Strom herkommt)

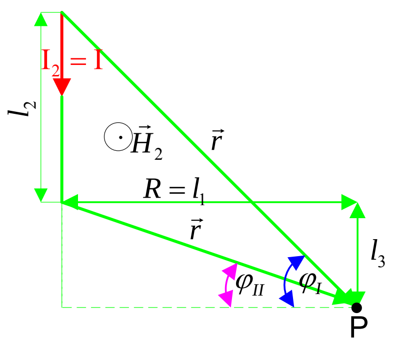


$$\tan(\varphi_I) = \frac{l_1}{l_2 + l_3} = \frac{6}{(6+2)} = 0{,}75$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_I = 36{,}87^\circ \\ \varphi_{II} = 0 \\ R = l_2 + l_3 = 8cm \end{cases}$$

$$H_1 = \frac{I_1}{4\pi(l_2 + l_3)} \cdot \sin(\varphi_I) = \frac{2{,}707A}{4\pi \cdot 8cm} \cdot \sin(36{,}87^\circ) = 1{,}616 \cdot 10^{-2} \frac{A}{cm}$$

$$\vec{H}_1 = 16{,}16 \frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z$$



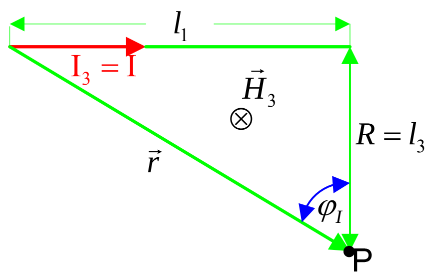
$$\mathrm{R} = \mathrm{l}_1\ ,\quad \tan(\varphi_1) = \frac{\mathrm{l}_2 + \mathrm{l}_3}{\mathrm{l}_1} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \Rightarrow \varphi_I = 53{,}13^\circ$$

$$\tan(\varphi_{II}) = \frac{l_3}{l_1} = \frac{2}{6} = 0{,}333 \Rightarrow \varphi_{II} = 18{,}43^\circ$$

$$H_2 = \frac{I}{4\pi l_1}\left[\sin(\varphi_I) - \sin(\varphi_{II})\right] = \frac{2{,}707A}{4\pi \cdot 6cm}\left[\sin(53{,}13^\circ) - \sin(18{,}43^\circ)\right]$$

$$H_2 = 35{,}90 \frac{mA}{cm}\left[0{,}8 - 0{,}316\right] = 17{,}38 \frac{mA}{cm}$$

$$\vec{H}_2 = 17{,}38 \frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z$$



$$R = l_3, \quad \tan(\varphi_I) = \frac{l_1}{l_3} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \varphi_I = 71{,}57^\circ$$

$$H_3 = \frac{I}{4\pi l_3} \cdot \sin(\varphi_I) = \frac{2{,}707A}{4\pi \cdot 2cm} \cdot \sin(71{,}57^\circ) = 102{,}18 \frac{mA}{cm}$$

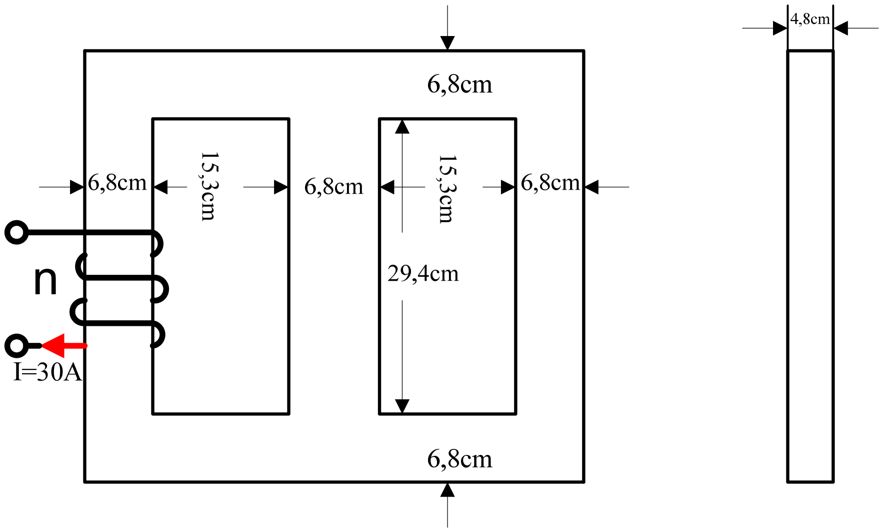
$$\vec{\mathrm{H}}_3 = -102{,}18 \frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{cm}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_z$$

$$\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = \left[16{,}16 + 17{,}38 - 102{,}18\right] \frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z = -68{,}64 \frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z$$

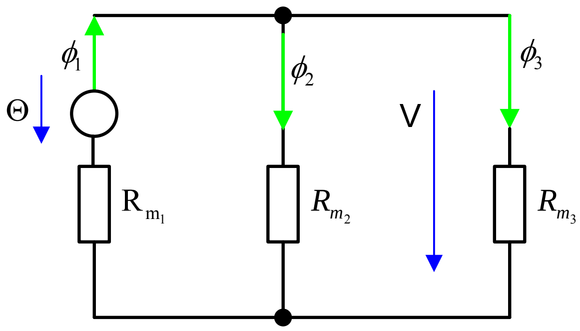
$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}_{ges} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{V\sec}{Am}\left(-68{,}64 \cdot \frac{10^{-3}A}{10^{-2}m}\right) \cdot \vec{e}_z = \underline{\underline{-8{,}63 \cdot 10^{-6} \frac{V\sec}{m^2} \cdot \vec{e}_z}}$$

Üb 4 : Der skizzierte magn. Kreis , der aus Dynamoblech (Magnetisierungskurven auf der S. 36 des Skripts) aufgebaut ist , besitzt im rechten Schenkel einem Fluss von 2,7 mVsec .

Wie groß ist die Windungszahl n ?



Lösung:



$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_1}{A} \cdot \frac{H_1}{B_1} \;;\; l_1 = [2(3{,}4 + 15{,}3 + 3{,}4) + 3{,}4 + 29{,}4 + 3{,}4]cm = 80{,}4cm$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_2}{A} \cdot \frac{H_2}{B_2} \;;\; l_2 = [3{,}4 + 29{,}4 + 3{,}4]cm = 36{,}2cm$$

$$R_{m_3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_3}{A} \cdot \frac{H_3}{B_3} \;;\; l_3 = l_1 = 80{,}4cm$$

$$A = 6{,}8 \cdot 4{,}8cm^2 = 32{,}64cm^2 \qquad V = \phi_2 \cdot R_{m_2} = \phi_3 \cdot R_{m_3}$$

$$\phi_2 = \phi_3 \cdot \frac{R_{m_3}}{R_{m_2}} = \phi_3 \cdot \frac{\ell_3}{\cancel{A}} \cdot \frac{H_3}{B_3} \cdot \frac{\cancel{A} \cdot B_2}{\ell_2 \cdot H_2} \Rightarrow \phi_2 = \cancel{\phi_3} \cdot \frac{\ell_3}{\ell_2} \cdot \frac{H_3}{H_2} \cdot \frac{\phi_2 / \cancel{A}}{\cancel{\phi_3} / \cancel{A}}$$

$$\cancel{\phi_2} = \cancel{\phi_2} \cdot \frac{\ell_3}{\ell_2} \cdot \frac{H_3}{H_2} \Rightarrow H_2 = \frac{\ell_3}{\ell_2} \cdot H_3 \qquad (1)$$

$$\phi_3 = 2{,}7\cdot 10^{-3} V\sec \Rightarrow B_3 = \frac{\phi_3}{A} = \frac{2{,}7\cdot 10^{-3} V\sec}{32{,}64 cm^2} = 8{,}2721\cdot 10^{-5}\frac{V\sec}{cm^2} = \frac{8{,}2721\cdot 10^{-5} V\sec}{10^{-4} m^2}$$

$$B_3 = 0{,}82721\frac{V\sec}{m^2} = 8272{,}1\cdot 10^{-4}\frac{V\sec}{m^2} \quad \text{aus Kennlinie} \quad \Rightarrow H_3 = 2\cdot\frac{A}{cm}$$

Aus (1) $H_2 = \frac{l_3}{l_2}\cdot H_3 = \frac{80{,}4}{36{,}2}\cdot 2\frac{A}{cm} = 4{,}44\frac{A}{cm}$ aus Kennlinie $\Rightarrow B_2(H_2) = 11.600\cdot 10^{-4}\frac{V\sec}{m^2}$

$$\phi_2 = B_2\cdot A = 1{,}16\frac{V\sec}{\cancel{m^2}}\cdot 32{,}64\cdot 10^{-4}\,\cancel{m^2} = 3{,}786 mV\sec$$

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 = (3{,}786 + 2{,}7) mV\sec = 6{,}486\, mV\sec$$

$$B_1 = \frac{\phi_1}{A} = \frac{6{,}486\cdot 10^{-3} V\sec}{32{,}64\cdot 10^{-4} m^2} = 1{,}9871\frac{V\sec}{m^2} = 19.871\cdot 10^{-4}\frac{V\sec}{m^2}$$

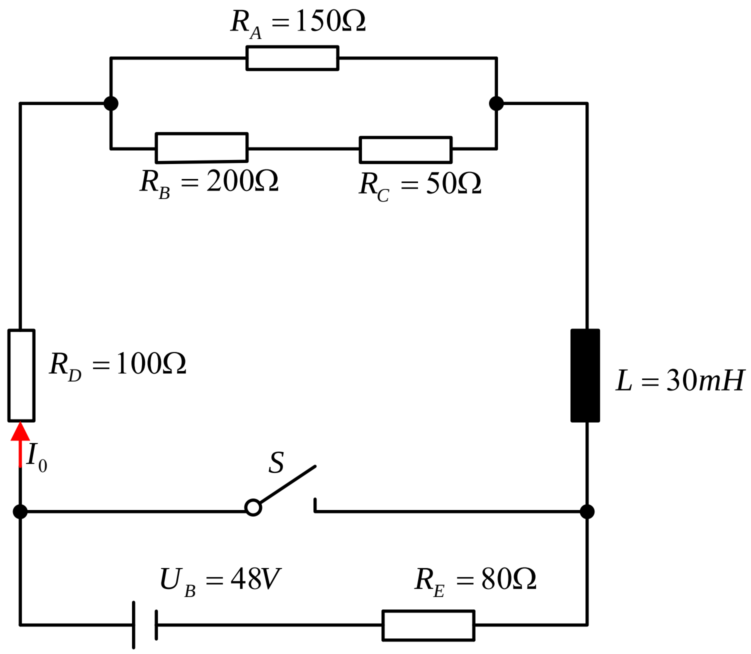
Aus Kennlinie $\Rightarrow H_1(B_1) = 280\frac{A}{cm}$

$$\Theta = n\cdot I = \phi_1\cdot R_{m_1} + \phi_2\cdot R_{m_2} = \cancel{B_1}\cancel{A}\cdot\frac{\ell_1}{\cancel{A}}\cdot\frac{H_1}{\cancel{B_1}} + \cancel{B_2}\cancel{A}\cdot\frac{\ell_2}{\cancel{A}}\cdot\frac{H_2}{\cancel{B_2}} = \ell_1 H_1 + \ell_2 H_2$$

$$n = \frac{\ell_1 H_1 + \ell_2 H_2}{I} = \frac{80{,}4cm\cdot 280\frac{\cancel{A}}{cm} + 36{,}2cm\cdot 4{,}44\frac{\cancel{A}}{cm}}{30\cancel{A}} = \frac{22512 + 160{,}73}{30} = 755{,}76 \approx \underline{\underline{756 Wdg}}$$

Üb.5: Der Schalter S wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

Welche Wärmeenergien W_A, W_B, W_C und W_D werden in der Zeit $0 \le t < \infty$ in den Widerständen R_A , R_B , R_C und R_D umgesetzt?



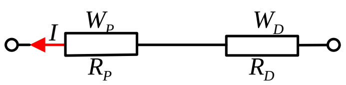
Lösung:

$$R_{ges} = \frac{(R_B + R_C)\cdot R_A}{R_A + R_B + R_C} + R_D = \frac{(200+50)\cdot 150\Omega}{150+200+50} + 100\Omega = \frac{37.500\Omega}{400} + 100\Omega = 193{,}75\Omega$$

$$I_0 = \frac{U_B}{R_{ges} + R_E} = \frac{48V}{(193{,}75 + 80)\Omega} = 175{,}34mA$$

$$W_{ges} = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 30\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}17534^2 \cdot W\sec = 461{,}16\mu W\sec$$

$$R_P = \frac{(R_B + R_C)\cdot R_A}{R_A + R_B + R_C} = 93{,}75\Omega$$

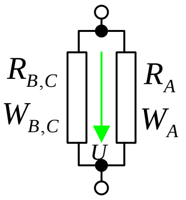


$$P = I^2 \cdot R \Rightarrow \text{W}\sim\text{P}\sim\text{R} \Rightarrow \frac{W_P}{W_D} = \frac{R_P}{R_D} \Rightarrow W_P = \frac{R_P}{R_D}\cdot W_D$$

$$W_{ges} = W_D + W_P = W_D + \frac{R_P}{R_D}\cdot W_D = W_D(1 + \frac{R_P}{R_D})$$

$$W_D = \frac{W_{ges}}{1 + \frac{R_P}{R_D}} = \frac{461{,}16\mu W\sec}{1 + \frac{93{,}75}{100}} = \underline{\underline{238{,}02\mu W\sec}}$$

$$W_P = W_{ges} - W_D = (461{,}16 - 238{,}02)\mu W\sec = 223{,}14\mu W\sec$$



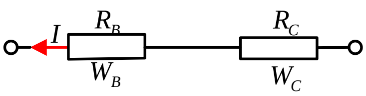
$$R_{B,C} = R_B + R_C = 250\Omega \qquad P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow W \sim \text{P} \sim \frac{1}{R}$$

$$\frac{W_A}{W_{B,C}} = \frac{R_{B,C}}{R_A} \Rightarrow W_A = \frac{R_{B,C}}{R_A} \cdot W_{B,C}$$

$$W_P = W_A + W_{B,C} = W_{B,C} + \frac{R_{B,C}}{R_A} \cdot W_{B,C} = W_{B,C}(1 + \frac{R_{B,C}}{R_A})$$

$$W_{B,C} = \frac{W_P}{1 + \frac{R_{B,C}}{R_A}} = \frac{223{,}14\mu W\sec}{1 + \frac{250}{150}} = 83{,}68\mu W\sec$$

$$W_A = W_P - W_{B,C} = (223{,}14 - 83{,}68)\mu W\sec = \underline{\underline{139{,}46\mu W\sec}}$$



$$P = I^2 \cdot R \Rightarrow \text{W} \sim \text{P} \sim \text{R} \Rightarrow \frac{W_B}{W_C} = \frac{R_B}{R_C} \Rightarrow W_B = \frac{R_B}{R_C} \cdot W_C$$

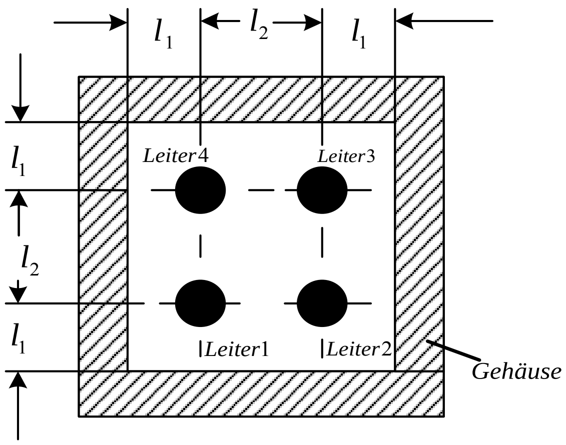
$$W_{B,C} = W_B + W_C = W_C + \frac{R_B}{R_C} \cdot W_C = W_C(1 + \frac{R_B}{R_C})$$

$$W_C = \frac{W_{B,C}}{1 + \frac{R_B}{R_C}} = \frac{83{,}68\mu W\sec}{1 + \frac{200}{50}} = \underline{\underline{16{,}74\mu W\sec}}$$

$$W_B = W_{B,C} - W_C = (83{,}68 - 16{,}74)\mu W\sec = \underline{\underline{66{,}94\mu W\sec}}$$

Üb.6:

Gegeben ist die skizzierte 4-Leiteranordnung. Das umhüllende Metallgehäuse liegt auf dem Potential $\Phi_G = 0$ V. Zwischen den Leitern 1 , 2 , 3 und 4 wirkt jeweils eine Teilkapazität C_{12} , C_{13} , C_{14} , C_{23} , C_{24} bzw. C_{34}; zwischen dem Metallgehäuse und den Leitern 1 , 2 , 3 und 4 wirkt jeweils eine Teilkapazität C_{1G} , C_{2G} , C_{3G} bzw. C_{4G} . Die Kapazitäten C_{34} = 84 pF, C_{13} = 57 pF und C_{2G} = 102 pF wurden messtechnisch ermittelt.



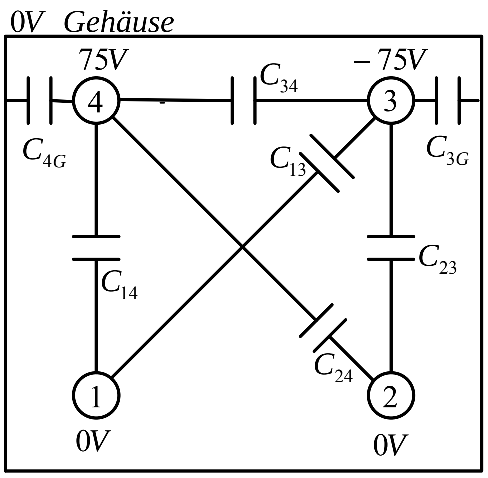
a) Berechnen Sie die Betriebskapazität $C_{B_{34}}$ zwischen den Leitern 3 und 4 für folgende Potentialverteilung:
$\Phi_3 = -75$ V, $\Phi_4 = 75$ V , $\Phi_1 = 0$ V , $\Phi_2 = 0$ V

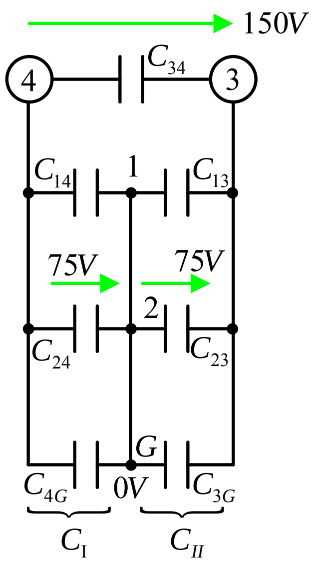
b) Ermitteln Sie die Ladung Q_3 des Leiters 3.

Lösung:

a) **Symmetrie**:

$$C_{12} = C_{34} = C_{23} = C_{14} = 84\,pF$$
$$C_{24} = C_{13} = 57\,pF$$
$$C_{1G} = C_{2G} = C_{3G} = C_{4G} = 102\,pF$$



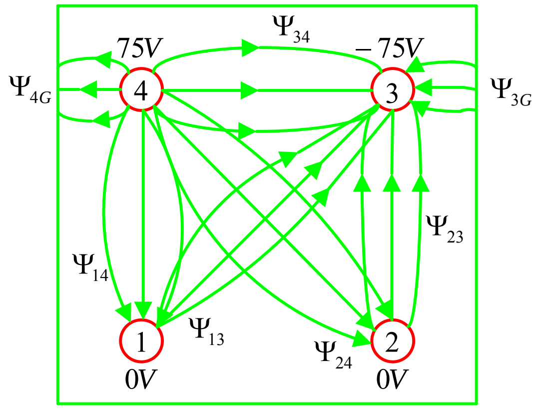


$$\mathrm{C_I = C_{14} + C_{24} + C_{4G} = (84 + 57 + 102)pF = 243pF}$$

$$\mathrm{C_{II} = C_{13} + C_{23} + C_{3G} = (57 + 84 + 102)pF = 243pF}$$

$$C_{B_{34}} = C_{34} + \frac{C_I \cdot C_{II}}{C_I + C_{II}} = (84 + \frac{243}{2})\,pF = \underline{\underline{205{,}5\,pF}}$$

b)



$$Q_3 = -\Psi_{34} - \Psi_{13} - \Psi_{23} - \Psi_{3G}$$

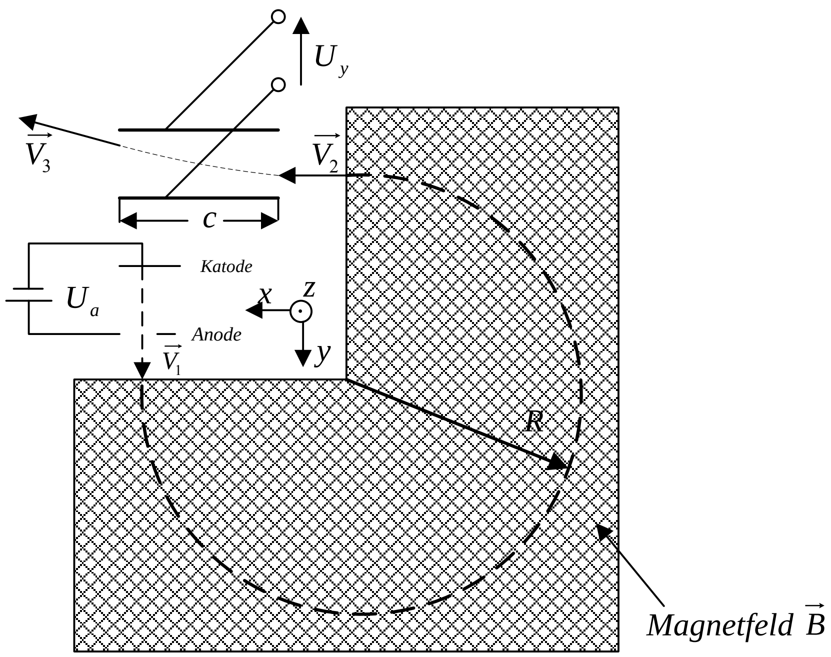
$$Q_3 = -(C_{34} \cdot U_{43} + C_{13} \cdot U_{13} + C_{23} \cdot U_{23} + C_{3G} \cdot U_{G3})$$

$$Q_3 = -(\underbrace{84 \cdot 150}_{12.600} + \underbrace{57 \cdot 75}_{4.275} + \underbrace{84 \cdot 75}_{6.300} + \underbrace{102 \cdot 75}_{7.650}) \cdot 10^{-12} Asec$$

$$Q_3 = -30.825 \cdot 10^{-12} \text{ A sec} = \underline{\underline{-3{,}0825 \cdot 10^{-8} \text{ A sec}}}$$

Üb.7:

Die aus der Katode austretenden Elektronen $(\mathrm{e} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ A sec} \;,\; \mathrm{m}_0 = 9{,}108 \cdot 10^{-31} \text{kg})$ werden durch die Anodenspannung U_a auf die Geschwindigkeit v_1 beschleunigt , durchlaufen in der Zeit t = 180 nsec das skizzierte Magnetfeld auf einer Kreisbahn mit dem Radius R=62 cm und erreichen mit der Geschwindigkeit v_2 das elektr. Ablenksystem (Plattenabstand d = 8 mm, U_y= -270V). Die Elektronen verlassen mit der Geschwindigkeit v_3=17482km/sec das Ablenksystem.



a) Ermitteln Sie die Anodenspannung U_a.

b) Wie groß ist die Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung?

c) Berechnen Sie die Länge c der Ablenkplatten.

Lösung:

a) aus 4. Bsp.:

$$\mathrm{v}=\frac{s}{t}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi \mathrm{R}}{\mathrm{t}}=\frac{3}{2}\frac{\pi \mathrm{R}}{\mathrm{t}}=\mathrm{v}_1=\mathrm{v}_2=\frac{3}{2}\frac{\pi \mathrm{R}}{\mathrm{t}}=\frac{1,5\pi\cdot 0,62\mathrm{m}}{180\cdot 10^{-9}\sec}=1,6232\cdot 10^{7}\frac{\mathrm{m}}{\sec}=16.232\frac{\mathrm{km}}{\sec}$$

analog zur Üb.1:

$$\mathrm{v}_1=\sqrt{\frac{2\cdot \mathrm{e}\cdot \mathrm{U_a}}{\mathrm{m_0}}}\Rightarrow \mathrm{U_a}=\frac{\mathrm{v}_1^2\cdot \mathrm{m_0}}{2\mathrm{e}}=\frac{(1,6232\cdot 10^{7})^2\mathrm{m}^2\cdot 9,108\cdot 10^{-31}\mathrm{kg}}{2\cdot 1,602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{A}\sec\cdot\sec^2}=\underline{\underline{748,99\mathrm{V}}}$$

b) aus 4. Bsp.:

$$R=\frac{m_0\cdot v_1}{e\cdot B}\Rightarrow B=\frac{m_0\cdot v_1}{e\cdot R}=\frac{9{,}108\cdot 10^{-31}kg\cdot 1{,}6232\cdot 10^{7}\frac{m}{\sec}}{1{,}602\cdot 10^{-19}A\sec\cdot 0{,}62m}=1{,}489\cdot 10^{-4}\frac{V\sec}{m^2}=\underline{\underline{0{,}1489mT}}$$

$\vec{\mathrm{F}}=-\mathrm{e}(\vec{\mathrm{V}}\times\vec{\mathrm{B}})\ \Rightarrow \odot\vec{\mathrm{B}}$, + z-Richtung $\quad \vec{\mathrm{B}}=0{,}1489\mathrm{mT}\cdot\vec{\mathrm{e}}_z$

c) aus Üb.1: b1) $\tan(\alpha)=\frac{c}{2}\cdot\frac{E_y}{U_a}$ (1)

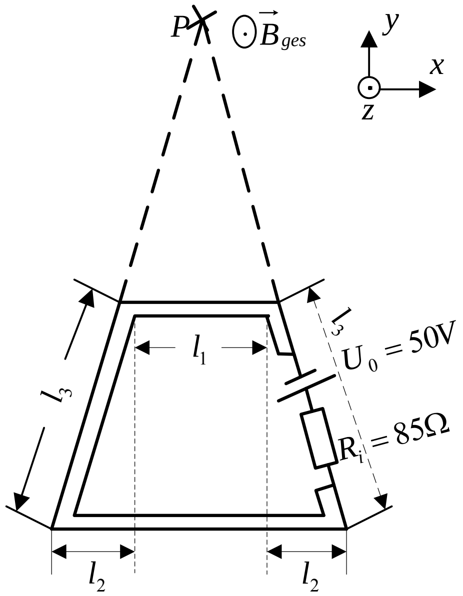
c1) $V_3=V_2\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}\Rightarrow(\frac{V_3}{V_2})^2=1+\tan^2(\alpha)\Rightarrow\tan(\alpha)=\sqrt{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2-1}$

$E_y\cdot d=U_y\Rightarrow E_y=\frac{U_y}{d}$ (3)

(2)+(3) in (1) $\quad \sqrt{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2-1}=\frac{c}{2U_a}\cdot\frac{U_y}{d}\Rightarrow c=2\cdot d\cdot\frac{U_a}{U_y}\cdot\sqrt{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2-1}$

$$\mathrm{c}=2\cdot 8\mathrm{mm}\cdot\frac{748{,}99\mathrm{V}}{270\mathrm{V}}\cdot\underbrace{\sqrt{\left(\frac{17.482}{16.232}\right)^2-1}}_{0,4}=\underline{\underline{17{,}75\mathrm{mm}}}$$

Üb.8:

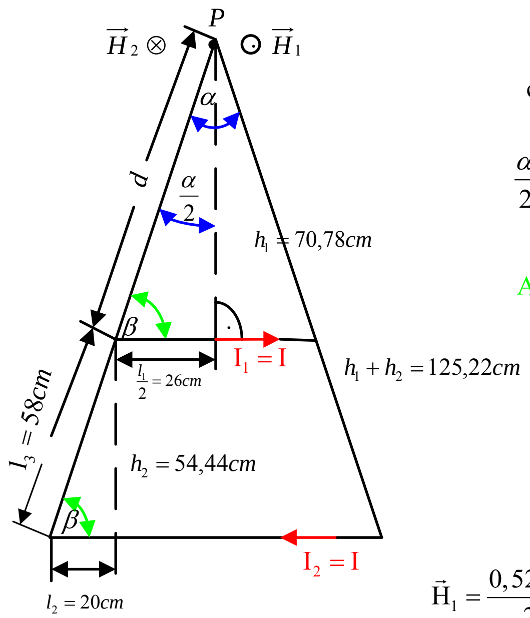


Die skizzierte Drahtschleife hat einen Widerstand von R= 11Ω. Die Dicke des sehr dünnen Drahtes kann vernachlässigt werden.

$l_1 = 52cm,\ l_2 = 20cm,\ l_3 = 58cm$

Wie groß ist die magnetische Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung im Punkt P ?

Lösung:



$$\cos(\beta) = \frac{l_2}{l_3} = \frac{20cm}{58cm} = 0{,}3448 \Rightarrow \beta = 69{,}83°$$

$$\cos(\beta) = \frac{l_1/2}{d} = \frac{26cm}{d} \Rightarrow d = \frac{26cm}{\cos(69{,}83°)} = 75{,}4cm$$

$$\frac{\alpha}{2} + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 90° - \beta = 90° - 69{,}83° = 20{,}17°$$

Aus 13. Bsp. $$H = \frac{\mathrm{I}}{2\pi} \cdot \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{R}$$

$$\mathrm{I} = \frac{U_0}{R_i + R} = \frac{50V}{(85+11)\Omega} = 0{,}5208A$$

$$\vec{\mathrm{H}}_1 = \frac{\mathrm{I}}{2\pi} \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\mathrm{d}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_z$$

$$\vec{\mathrm{H}}_1 = \frac{0{,}5208\mathrm{A}}{2\pi} \cdot \frac{\tan(20{,}17°)}{75{,}4\mathrm{cm}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_z = 4{,}038 \cdot 10^{-4} \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_z = 4{,}038 \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \cdot \vec{\mathrm{e}}_z$$

$$\vec{H}_2 = -\frac{\mathrm{I}}{2\pi} \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{d + l_3} \cdot \vec{e}_z$$

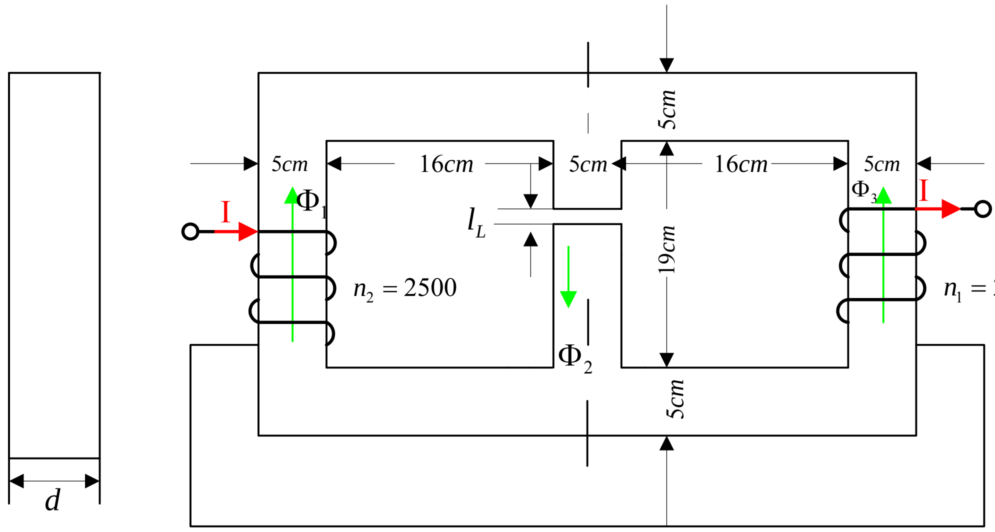
$$\vec{H}_2 = \frac{-0{,}5202A}{2\pi} \cdot \frac{\tan(20{,}17°)}{(75{,}4+58)cm} \cdot \vec{e}_z = \frac{-0{,}5202 \cdot 0{,}36733}{2\pi \cdot 133{,}4cm} \cdot \vec{e}_z = -2{,}2798 \cdot 10^{-4} \frac{A}{cm} \cdot \vec{e}_z = -2{,}28 \cdot 10^{-2} \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = (4{,}038 - 2{,}28)\cdot 10^{-2}\,\frac{A}{m}\cdot\vec{e}_z = 1{,}758\cdot 10^{-2}\,\frac{A}{m}\cdot\vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{ges} = \mu_0\cdot\vec{H}_{ges} = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{V\sec}{\cancel{A}\cdot m}\cdot 1{,}758\cdot 10^{-2}\,\frac{\cancel{A}}{m}\cdot\vec{e}_z = \underline{\underline{2{,}209\cdot 10^{-8}\,\frac{V\sec}{m^2}\cdot\vec{e}_z}}$$

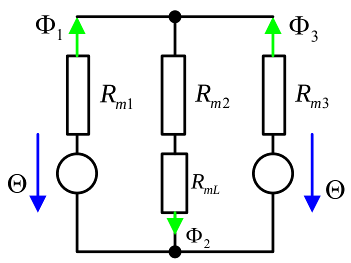
Üb.9:

Gegeben ist der symmetrisch aufgebaute magn. Kreis aus Stahlguss. Die Tiefe d der Schenkel ist überall gleich. Benutzen Sie zur Berechnung die Magnetisierungskurven auf der S.36 des Skripts.



Wie groß muss der Strom I gewählt werden, damit im Luftspalt $(l_L = 0{,}3mm)$ eine Induktion von $B_L = 1{,}8V\sec/m^2$ auftritt?

Lösung:



$$n_1 = n_2 = n \Rightarrow \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$$

$$R_{m1} = R_{m3} = \frac{l_1}{\mu_0\mu_r A} = \frac{l_1}{A}\cdot\frac{H_{1,3}}{B_{1,3}} \quad mit\ l_1 = \left[\underbrace{2(16+2{,}5+2{,}5)}_{42} + \underbrace{19+2{,}5+2{,}5}_{24}\right]cm$$

$$l_1 = 66cm$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0\mu_r A} = \frac{l_2}{A}\cdot\frac{H_2}{B_2} \quad \text{mit } l_2 = [19+2{,}5+2{,}5]cm = 24cm$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 A} = \frac{l_L}{A}\cdot\frac{H_L}{B_L} \quad \text{mit } l_L = 0{,}3mm$$

Symmetrie: $\Phi_1 = \Phi_3 \Rightarrow \begin{array}{l} B_1\cdot A = B_3\cdot A \Rightarrow B_1 = B_3 \\ B_2\cdot A = B_L\cdot A \Rightarrow B_2 = B_L \end{array}$

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1{,}8\,\cancel{V\sec}}{4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{\cancel{V\sec}}{A\cdot\cancel{m}}\cdot m^{\cancel{2}}} = 1{,}432\cdot 10^6\,\frac{A}{m}$$

$$B_2 = B_L = 18.000\cdot 10^{-4}\frac{V\sec}{m^2} \quad \text{aus Kennlinie} \quad \Rightarrow H_2 = 135\frac{A}{cm}$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 2\Phi_1 \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_3 = \frac{\Phi_2}{2} \Rightarrow \mathrm{B_1}\cdot\mathrm{A} = \frac{\mathrm{B_2}\cdot\mathrm{A}}{2} \Rightarrow \mathrm{B_1} = \mathrm{B_3} = \frac{\mathrm{B_2}}{2} = 9000\cdot 10^{-4}\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m^2}}$$

$$\text{aus Kennlinie} \Rightarrow H_{1,3} = 2{,}4\frac{A}{cm}$$

$$-\Theta + \Phi_1\cdot R_{m1} + \Phi_2\cdot R_{m2} + \Phi_2\cdot R_{mL} = 0$$

$$\Theta = \mathrm{n}\cdot\mathrm{I} = \Phi_1\cdot\mathrm{R_{m1}} + \Phi_2\cdot\mathrm{R_{m2}} + \Phi_2\cdot\mathrm{R_{mL}} = \cancel{\mathrm{B_1}}\cdot\cancel{\mathrm{A}}\cdot\frac{\ell_1}{\cancel{\mathrm{A}}}\cdot\frac{\mathrm{H_1}}{\cancel{\mathrm{B_1}}} + \cancel{\mathrm{B_2}}\cdot\cancel{\mathrm{A}}\cdot\frac{\ell_2}{\cancel{\mathrm{A}}}\cdot\frac{\mathrm{H_2}}{\cancel{\mathrm{B_2}}} + \cancel{\mathrm{B_L}}\cdot\cancel{\mathrm{A}}\cdot\frac{\ell_L}{\cancel{\mathrm{A}}}\cdot\frac{\mathrm{H_L}}{\cancel{\mathrm{B_L}}}$$

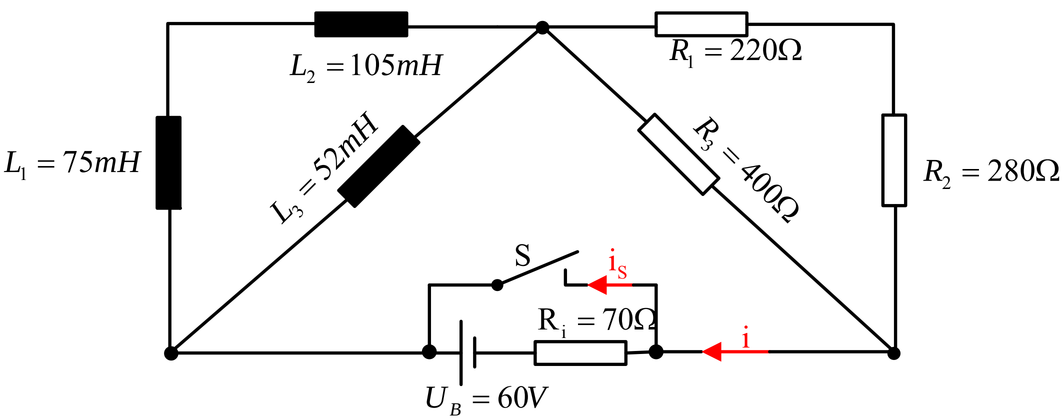
$$\mathrm{I} = \frac{\ell_1\cdot\mathrm{H_1} + \ell_2\cdot\mathrm{H_2} + \ell_L\cdot\mathrm{H_L}}{\mathrm{n}} = \frac{\overbrace{66\mathrm{cm}\cdot 2{,}4\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}}^{158{,}4} + \overbrace{24\mathrm{cm}\cdot 135\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}}^{3240} + \overbrace{3\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}\cdot 1{,}432\cdot 10^{6}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}}^{429{,}6}}{2500} = \frac{3828\mathrm{A}}{2500} = \underline{\underline{1{,}5312\mathrm{A}}}$$

Üb.10:

a) Wie groß ist der Strom i bei geöffnetem Schalter S ?

Der Schalter S wird zum Zeitpunt t=0 geschlossen.

b) Berechnen Sie den Strom i zu den Zeitpunkten $t = 0^+$ und $t \to \infty$.
c) Ermitteln Sie den Schalterstrom i_S für die Zeiten $t = 0^+$, $t = 65\mu\sec$ und $t \to \infty$.



Lösung:

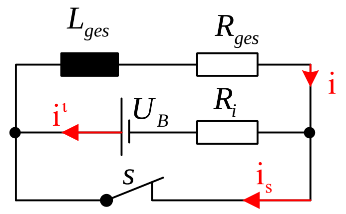
a) $$R_{ges} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(220 + 280)\cdot 400\Omega}{220 + 280 + 400} = \frac{500\cdot 400\Omega}{900} = 222{,}22\Omega$$

$$i = \mathrm{I}_o = i(t = o^-) = \frac{U_B}{R_{ges} + R_i} = \frac{60V}{(222{,}22 + 70)\Omega} = \underline{\underline{0{,}205A}}$$

b) $$i(t = 0^+) = i(t = 0^-) = \mathrm{I}_0 = \underline{\underline{0{,}205A}}$$

$$i(t \to \infty) = \underline{\underline{0}}$$

c) $$L_{ges} = \frac{(L_1 + L_2)L_3}{L_1 + L_2 + L_3} = \frac{(75+105)\cdot 52mH}{75+105+52} = \frac{180\cdot 52mH}{232} = 40{,}35mH$$



Überlagerungssatz: $i_s = i - i' = i - \frac{U_B}{R_i}$

$$i_s(t=0^+) = i(t=0^+) - \frac{U_B}{R_i} = \underbrace{0{,}205A}_{\text{aus b)}} - \underbrace{\frac{60V}{70\Omega}}_{0{,}857A} = \underline{\underline{-0{,}6521A}}$$

$$i_s(t\to\infty) = \underbrace{i(t\to\infty)}_{\text{0 aus b)}} - \frac{U_B}{R_i} = -\frac{U_B}{R_i} = -\frac{60V}{70\Omega} = \underline{\underline{-0{,}857A}}$$

$$i_s(t = 65\mu\sec) = i(t=65\mu\sec) - \underbrace{\frac{U_B}{R_i}}_{0{,}857A} \qquad (1)$$

aus 31.Bsp.: $i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

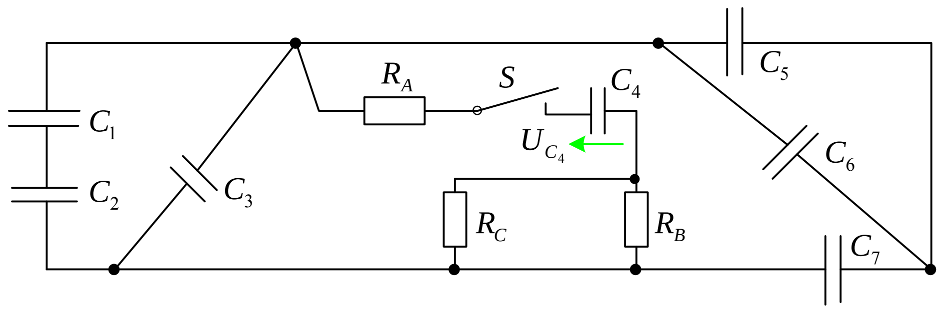
$$\tau = \frac{L_{ges}}{R_{ges}} = \frac{40{,}35\cdot 10^{-3}}{222{,}22\frac{V}{A}}\cdot\frac{V_{\sec}}{A} = 181{,}58\mu\sec$$

$$i(t=65\mu\sec) = 0{,}205A\cdot e^{-\frac{65}{181{,}58}} = 0{,}205\cdot\underbrace{e^{-0{,}358}}_{0{,}699} = 0{,}1433A$$

mit (1) $$i_s(t=65\mu\sec) = (0{,}1433 - 0{,}857)A = \underline{\underline{-0{,}714A}}$$

Üb.11:

$R_A = 20k\Omega,\ R_B = 25k\Omega,\ R_c = 15k\Omega,\ C_1 = 15nF,\ C_2 = 5nF,\ C_3 = 10nF,$
$C_4 = 35nF,\ C_5 = 20nF,\ C_6 = 30nF,\ C_7 = 25nF$



Bei geöffnetem Schalter S besitzt der Kondensator C_4 die eingezeichnete Spannung $U_{C_4} = 100V$, während die restlichen Kondensatoren entladen sind. Der Schalter S wird geschlossen und danach solange gewartet, bis keine Ströme mehr im Kreis fließen.

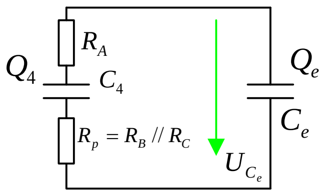
Welche Energien W_A, W_B und W_C wurden in den Widerständen R_A, R_B und R_C in Wärme umgesetzt?

Lösung:

$$C_{e_1}=C_3+\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\left(10+\frac{15\cdot 5}{20}\right)nF=13{,}75nF \qquad C'_{e_2}=C_5+C_6=(20+30)nF=50nF$$

$$C_{e_2}=\frac{C'_{e_2}\cdot C_7}{C'_{e_2}+C_7}=\frac{50\cdot 25nF}{75}=16{,}67nF \qquad C_e=C_{e_1}+C_{e_2}=(13{,}75+16{,}67)nF=30{,}42nF$$

Vor dem Schalten: $\tilde{Q}_4=C_4\cdot U_{C_4}=35\cdot 10^{-9}\frac{A\sec}{V}\cdot 100V=35\cdot 10^{-7}A\sec=Q_4+Q_e$ (1)



$$U_{C_e}=\frac{Q_4}{C_4}=\frac{Q_e}{C_e}\Rightarrow Q_4=\frac{C_4}{C_e}\cdot Q_e=\frac{C_4}{C_e}\underbrace{\left(\tilde{Q}_4-Q_4\right)}_{\text{aus (1)}}$$

$$Q_4\left(1+\frac{C_4}{C_e}\right)=\tilde{Q}_4\cdot\frac{C_4}{C_e}$$

$$Q_4=\frac{\tilde{Q}_4\cdot\frac{C_4}{C_e}}{1+\frac{C_4}{C_e}}=\frac{\tilde{Q}_4}{1+\frac{C_e}{C_4}}=\frac{35\cdot 10^{-7}A\sec}{1+\frac{30{,}42}{35}}=18{,}725\cdot 10^{-7}A\sec$$

$$R_p=\frac{R_B\cdot R_C}{R_B+R_C}=\frac{25\cdot 15k\Omega}{40}=9{,}375k\Omega \qquad U_{C_e}=\frac{Q_4}{C_4}=\frac{18{,}725\cdot 10^{-7}A\sec}{35\cdot 10^{-9}\frac{A\sec}{V}}=53{,}5V$$

Energiebilanz:

1. Vor dem Schalten:

$$W_I=\frac{1}{2}C_4\cdot U_{C_4}^2=\frac{1}{2}\cdot 35\cdot 10^{-9}\frac{A\sec}{V}\cdot(100V)^2=1{,}75\cdot 10^{-4}W\sec$$

2. Nach dem Schalten:

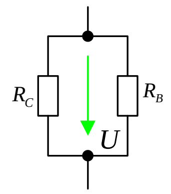
$$W_{II}=\frac{1}{2}C_4\cdot U_{C_e}^2+\frac{1}{2}C_e\cdot U_{C_e}^2=\frac{U_{Ce}{}^2}{2}(C_4+C_e)=\frac{(53{,}5V)^2}{2}(35+30{,}42)\cdot 10^{-9}\frac{A\sec}{V}=0{,}936\cdot 10^{-4}W\sec$$

$$\Delta W=W_I-W_{II}=(1{,}75-0{,}936)\cdot 10^{-4}W\sec=0{,}814\cdot 10^{-4}W\sec$$

$$P=I^2\cdot R\Rightarrow P\sim R\Rightarrow W\sim P\sim R\Rightarrow\frac{W_P}{W_A}=\frac{R_P}{R_A}\Rightarrow W_P=W_A\cdot\frac{R_P}{R_A} \qquad (2)$$

$$\Delta W=W_P+W_A=\underbrace{W_A\cdot\frac{R_P}{R_A}}_{\text{aus (2)}}+W_A=W_A\left(1+\frac{R_P}{R_A}\right)\Rightarrow W_A=\frac{\Delta W}{1+\frac{R_P}{R_A}}=\frac{0{,}814\cdot 10^{-4}W\sec}{1+\frac{9{,}375}{20}}=\underline{\underline{0{,}5542\cdot 10^{-4}W\sec}}$$

$$W_P = \Delta W - W_A = (0{,}814 - 0{,}5542)\cdot 10^{-4} W\sec = 0{,}2598\cdot 10^{-4} W\sec$$



$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P \sim \frac{1}{R} \Rightarrow W \sim P \sim \frac{1}{R} \qquad \frac{W_C}{W_B} = \frac{R_B}{R_C} \Rightarrow W_C = W_B \cdot \frac{R_B}{R_C} \qquad (3)$$

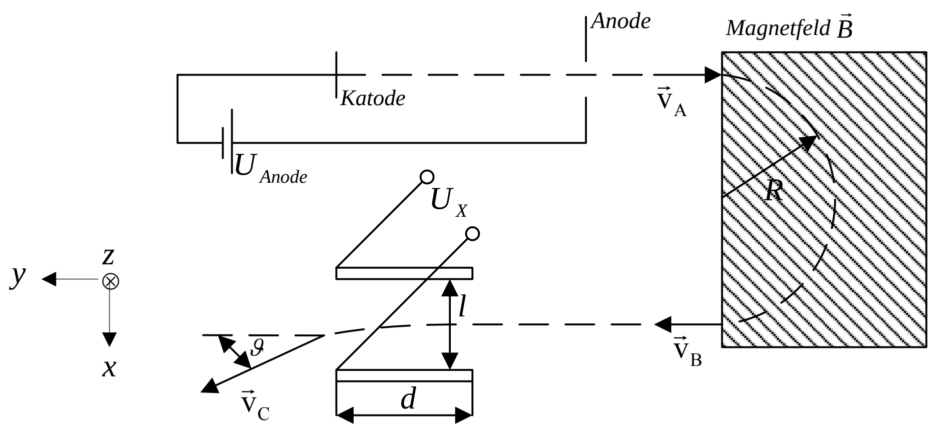
$$W_P = W_B + W_C = W_B + \underbrace{W_B \cdot \frac{R_B}{R_C}}_{\substack{\text{aus}\\(3)}} = W_B\left(1 + \frac{R_B}{R_C}\right) \Rightarrow W_B = \frac{W_P}{1 + \frac{R_B}{R_C}} = \frac{0{,}2598\cdot 10^{-4}\,W\sec}{1 + \frac{25}{15}} = \underline{\underline{0{,}09743\cdot 10^{-4}\,W\sec}}$$

$$W_C = W_P - W_B = (0{,}2598 - 0{,}09743)\cdot 10^{-4} W\sec = \underline{\underline{0{,}16237\cdot 10^{-4} W\sec}}$$

Üb.12:

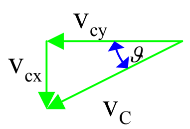
Die aus der Katode austretenden Elektronen $\left(e = 1{,}602\cdot 10^{-19}\,A\sec\ ,\ m_0 = 9{,}108\cdot 10^{-31}\,kg\right)$ werden durch die Anodenspannung U_{Anode} auf die Geschwindigkeit v_A beschleunigt. Anschließend durchlaufen die Elektronen das skizzierte Magnetfeld der Induktion $B = 17{,}25mT$ auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und erreichen mit der Geschwindigkeit v_B das elektr. x-Ablenksystem $\left(U_x = 725V\ ,\ d = 39mm\right)$. Nach einer Ablenkung von $\vartheta = 17{,}4°$ besitzen die Elektronen eine Geschwindigkeit von $v_C = 34240 km/sec$.

a) Ermitteln Sie die Anodenspannung U_{Anode}.
b) Berechnen Sie den Abstand ℓ der x-Ablenkplatten.
c) Welche Zeit verbringen die Elektronen im Magnetfeld?



Lösung:

a) analog zu Üb. 1: $\quad v_A = \sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_{Anode}}{m_0}} \qquad v_A = v_B \Rightarrow U_{Anode} = \frac{v_B^2 \cdot m_0}{2e} \qquad (1)$



$$v_B = v_{cy} \qquad \cos(\vartheta) = \frac{v_{cy}}{v_c}$$

$$v_B = v_{cy} = v_c \cdot \cos(\vartheta) = 34240\frac{km}{sec}\cdot\cos\left(17{,}4°\right) = 32673{,}2\frac{km}{sec}$$

mit (1) $$U_{Anode} = \frac{\left(3{,}26732 \cdot 10^{7}\,\frac{m}{\sec}\right)^{2} \cdot 9{,}108 \cdot 10^{-31}\,kg}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,A\sec} = \underline{\underline{3{,}0347\,kV}}$$

b) analog zu Üb. 1: $$E_x = \tan(\vartheta) \cdot \frac{2U_{Anode}}{d} \qquad (2)$$

$$U_x = E_x \cdot l \qquad (3)$$

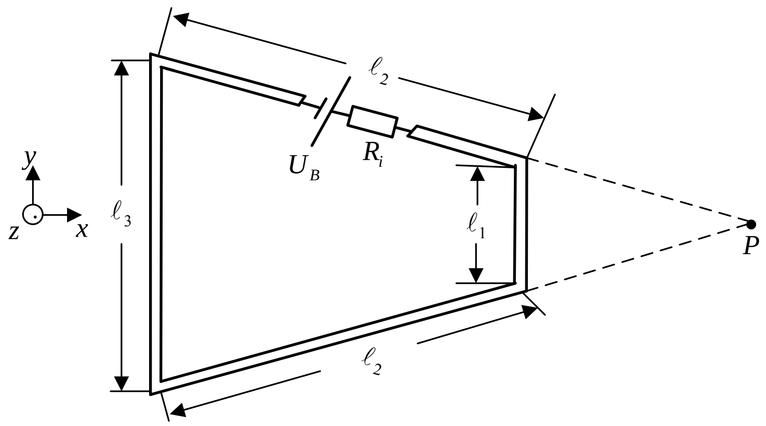
(2) in (3) $$U_x = U_{Anode} \cdot \frac{2l}{d} \cdot \tan(\vartheta)$$

$$l = \frac{U_x}{U_{Anode}} \cdot \frac{d}{2 \cdot \tan(\vartheta)} = \frac{725V}{3034{,}7V} \cdot \frac{3{,}9cm}{2 \cdot \tan(17{,}4°)} = \underline{\underline{1{,}487cm}}$$

c) aus 4.Bsp.,Teil c)

$$t = \frac{\pi \cdot m_0}{e \cdot B} = \frac{\pi \cdot 9{,}108 \cdot 10^{-31}\,kg}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,A\sec \cdot 17{,}25 \cdot 10^{-3}\,\frac{V\sec}{m^2}} = \underline{\underline{1{,}035\,n\sec}}$$

Üb. 13:

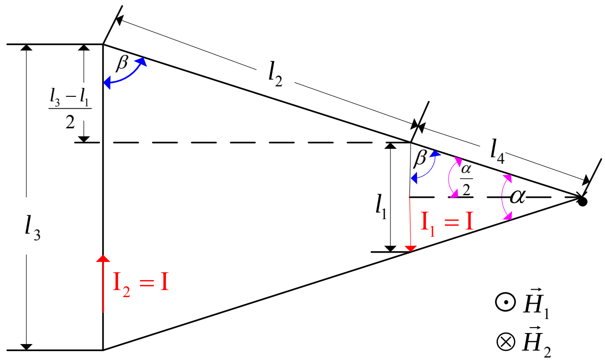


$U_B = 15V$, $R_i = 10\Omega$, $\ell_1 = 2cm$,
$\ell_2 = 6{,}8cm$, $\ell_3 = 7cm$

Die skizzierte Drahtschleife hat einen Widerstand von R= 3Ω . Die Dicke des sehr dünnen Drahtes kann vernachlässigt werden.

Wie groß ist die Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung im Punkt P ?

Lösung:



$$\cos(\beta) = \frac{\frac{l_3 - l_1}{2}}{l_2} = \frac{\frac{7-2}{2}}{6{,}8} = \frac{2{,}5}{6{,}8} = 0{,}368 \Rightarrow \beta = 68{,}43°$$

$$\cos(\beta) = \frac{\frac{l_1}{2}}{l_4} \Rightarrow l_4 = \frac{\frac{l_1}{2}}{\cos(\beta)} = \frac{1cm}{\cos(68{,}43°)} = 2{,}72cm$$

$$\frac{\alpha}{2} + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 90° - \beta = 90° - 68{,}43°$$

$$\frac{\alpha}{2} = 21{,}57°$$

aus 13. Bsp.: $H = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{R}$

$$I = \frac{U_B}{R_i + R} = \frac{15V}{(10+3)\Omega} = 1{,}154A$$

$$\vec{H}_1 = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{l_4} \cdot \vec{e}_z = \frac{1{,}154A}{2\pi} \cdot \frac{\tan(21{,}57°)}{2{,}72cm} \cdot \vec{e}_z = 2{,}67 \cdot 10^{-2}\frac{A}{cm} \cdot \vec{e}_z = 2{,}67\frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z$$

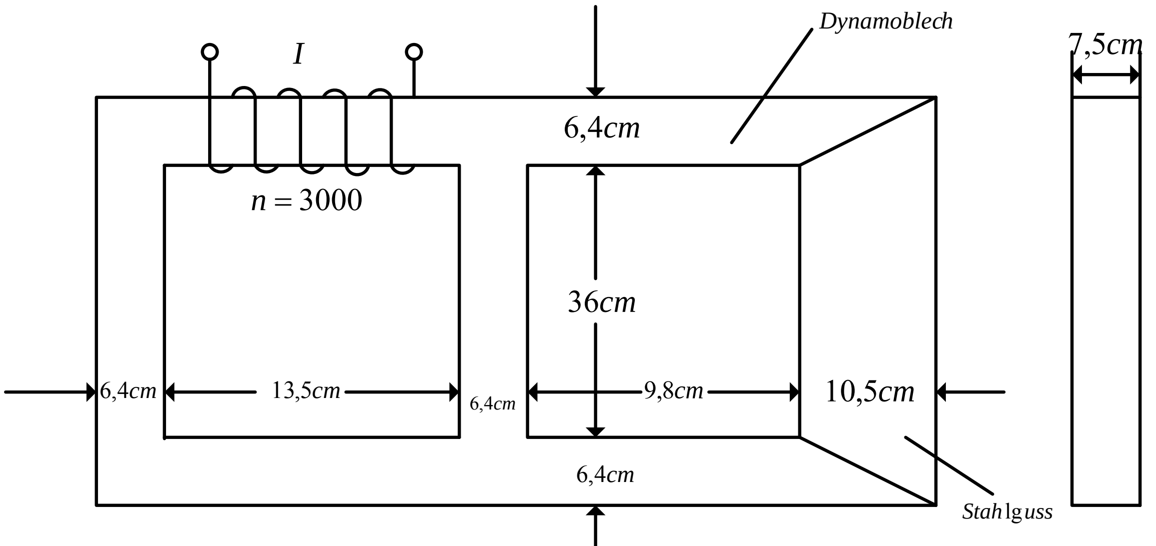
$$\vec{H}_2 = -\frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{l_2 + l_4} \cdot \vec{e}_z = \frac{-1{,}154A}{2\pi} \cdot \frac{\tan(21{,}57°)}{(6{,}8+2{,}72)cm} \cdot \vec{e}_z = -7{,}63 \cdot 10^{-3}\frac{A}{cm} \cdot \vec{e}_z = -0{,}763\frac{A}{m}\vec{e}_z$$

$$\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = (2{,}67 - 0{,}763)\frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z = 1{,}907\frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{ges} = \mu_0 \cdot \vec{H}_{ges} = 4\pi \cdot 10^{-7}\frac{V\sec}{Am} \cdot 1{,}907 \cdot \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z = \underline{\underline{2{,}396 \cdot 10^{-6}\frac{V\sec}{m^2} \cdot \vec{e}_z}}$$

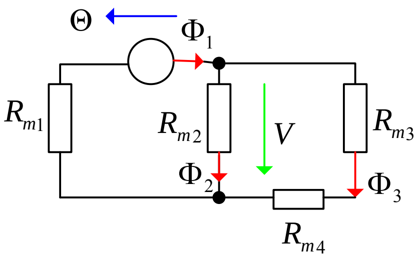
Üb.14:

Der skizzierte magn. Kreis soll im rechten Schenkel (Stahlguss) einen Fluss von 4,2 mVsec besitzen. Benutzen Sie zur Berechnung die Magnetisierungskurven auf der S.36 des Skripts.



Ermitteln Sie den Strom I.

Lösung:



$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0\mu_r \cdot A_1} = \frac{l_1}{A_1}\cdot\frac{H_1}{B_1}$$

$$l_1 = [2(13{,}5+3{,}2+3{,}2)+36+3{,}2+3{,}2]cm = 82{,}2cm$$

$$A_1 = 6{,}4cm \cdot 7{,}5cm = 48cm^2$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0\mu_r A_1} = \frac{l_2}{A_1}\cdot\frac{H_2}{B_2} \qquad l_2 = [36+3{,}2+3{,}2]cm = 42{,}4cm$$

$$R_{m_3} = \frac{l_3}{\mu_0\mu_r \cdot A_2} = \frac{l_3}{A_2}\cdot\frac{H_3}{B_3} \qquad l_3 = l_2 = 42{,}4cm \Rightarrow A_2 = 10{,}5cm \cdot 7{,}5cm = 78{,}75cm^2$$

$$R_{m_4} = \frac{l_4}{\mu_0\mu_r \cdot A_1} = \frac{l_4}{A_1}\cdot\frac{H_4}{B_4} \qquad l_4 = 2[9{,}8+3{,}2+5{,}25]cm = 36{,}5cm$$

$$\Phi_2 = B_2 \cdot A_1 \qquad \Phi_3 = B_3 \cdot A_2 = B_4 \cdot A_1$$

$$V = \Phi_2 \cdot R_{m_2} = \Phi_3 \cdot (R_{m_3} + R_{m_4}) \Rightarrow \Phi_2 = \Phi_3 \cdot \frac{(R_{m_3} + R_{m_4})}{R_{m_2}} = \Phi_3 \cdot \frac{\frac{l_3}{A_2}\cdot\frac{H_3}{B_3} + \frac{l_4}{A_1}\cdot\frac{H_4}{B_4}}{\frac{l_2}{A_1}\cdot\frac{H_2}{B_2}}$$

$$\overset{1}{\cancel{\Phi_2}} = \cancel{\Phi_3}\left[\frac{\frac{\ell_3}{\cancel{A_2}}\cdot\frac{H_3}{\cancel{\Phi_3}}\cdot A_2 + \frac{\ell_4 H_4}{\cancel{A_1}\Phi_3}\cdot\cancel{A_1}}{\frac{\ell_2}{\cancel{A_1}}\cdot\frac{H_2}{\cancel{\Phi_2}}\cdot\cancel{A_1}}\right] = \frac{\ell_3 H_3 + \ell_4 H_4}{\ell_2 H_2}\cdot\cancel{\Phi_2}$$

$l_2H_2 = l_3H_3 + l_4H_4$ oder $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0$

$H_2 = \frac{1}{l_2}\left[l_3H_3 + l_4H_4\right]$ (1)

$\Phi_3 = 4,2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec} \Rightarrow \mathrm{B}_3 = \frac{\Phi_3}{\mathrm{A}_2} = \frac{4,2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec}}{78,75\,\mathrm{cm}^2} = 0,533 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{cm}^2} = 0,533\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2}$

$B_3 = 5330 \cdot 10^{-4}\,\frac{V\sec}{m^2}$ aus Kennlinie $\Rightarrow H_3 = 1,2\,\frac{A}{cm}$

$B_4 = \frac{\Phi_3}{A_1} = \frac{4,2 \cdot 10^{-3}\,V\sec}{48\,cm^2} = 0,875 \cdot 10^{-4}\,\frac{V\sec}{cm^2} = 0,875\,\frac{V\sec}{m^2} = 8750 \cdot 10^{-4}\,\frac{V\sec}{m^2}$

Aus Kennlinie $\Rightarrow H_4 = 2,3\,\frac{A}{cm}$

Aus (1) $H_2 = \frac{1}{l_2}\left[l_3H_3 + l_4H_4\right] \quad l_2 = l_3$

$H_2 = H_3 + \frac{l_4}{l_2} \cdot H_4 = 1,2\,\frac{A}{cm} + \underbrace{\frac{36,5}{42,4} \cdot 2,3\,\frac{A}{cm}}_{1,98} = 3,18\,\frac{A}{cm}$

Aus Kennlinie $\Rightarrow B_2(H_2) = 10.300 \cdot 10^{-4}\,\frac{V\sec}{m^2}$

$\Phi_2 = \mathrm{B}_2 \cdot \mathrm{A}_1 = 1,03\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\cancel{\mathrm{m}^2}} \cdot 48 \cdot 10^{-4}\,\cancel{\mathrm{m}^2} = 4,94\,\mathrm{mV\,sec}$

$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = (4,94 + 4,2)\,mV\sec = 9,14\,mV\sec$

$\mathrm{B}_1 = \frac{\Phi_1}{\mathrm{A}_1} = \frac{9,14 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec}}{48 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 1,904\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} = 19.040 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2}$

Aus Kennlinie $\Rightarrow H_1(B_1) = 210\,\frac{A}{cm}$

$\Theta = \mathrm{n} \cdot \mathrm{I} = \Phi_1 \cdot \mathrm{R}_{\mathrm{m}_1} + \Phi_2 \cdot \mathrm{R}_{\mathrm{m}_2} = \cancel{\mathrm{B}_1} \cdot \cancel{\mathrm{A}_1} \cdot \frac{\ell_1}{\cancel{\mathrm{A}_1}} \cdot \frac{\mathrm{H}_1}{\cancel{\mathrm{B}_1}} + \cancel{\mathrm{B}_2} \cdot \cancel{\mathrm{A}_1} \cdot \frac{\ell_2}{\cancel{\mathrm{A}_1}} \cdot \frac{\mathrm{H}_2}{\cancel{\mathrm{B}_2}}$

$n \cdot I = l_1H_1 + l_2H_2$

$I = \frac{l_1H_1 + l_2H_2}{n} = \frac{82,2\,cm \cdot 210\,\frac{A}{cm} + 42,4\,cm \cdot 3,18\,\frac{A}{cm}}{3000} = \frac{17.262 + 134,83}{3000}\,A = \frac{17.396,8}{3000}\,A$

$\underline{\underline{I = 5,799\,A}}$

Üb.15:
In der skizzierte Schaltung des Bildes 1 fließt der Strom **i**, dessen Zeitverlauf in Bild 2 dargestellt ist.
Berechnen Sie die Spannung **u** zum Zeitpunkt $t = 12\mu\sec$.

$L_1 = 12{,}5mH \quad L_2 = 24{,}3mH \quad M = 14{,}2mH \quad R_1 = 32\Omega \quad R_2 = 47\Omega$

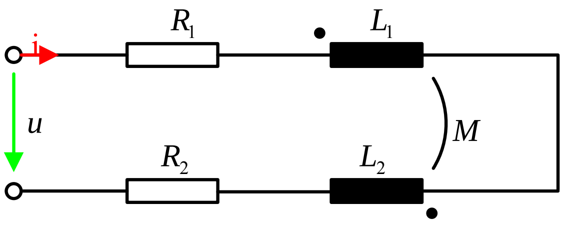


Bild 1

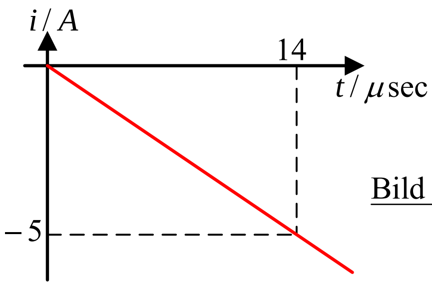


Bild 2

Lösung:

Aus 43 Üb. $u = u_{R_1} + u_{L_1} + u_{L_2} + u_{R_2} = i \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} + i \cdot R_2$

$$u = i \cdot (R_1 + R_2) + \frac{di}{dt}(L_1 + L_2 + 2M)$$

$$i = \frac{-5A}{14\mu\sec} \cdot t = -0{,}3571A \cdot \frac{t}{\mu\sec}$$

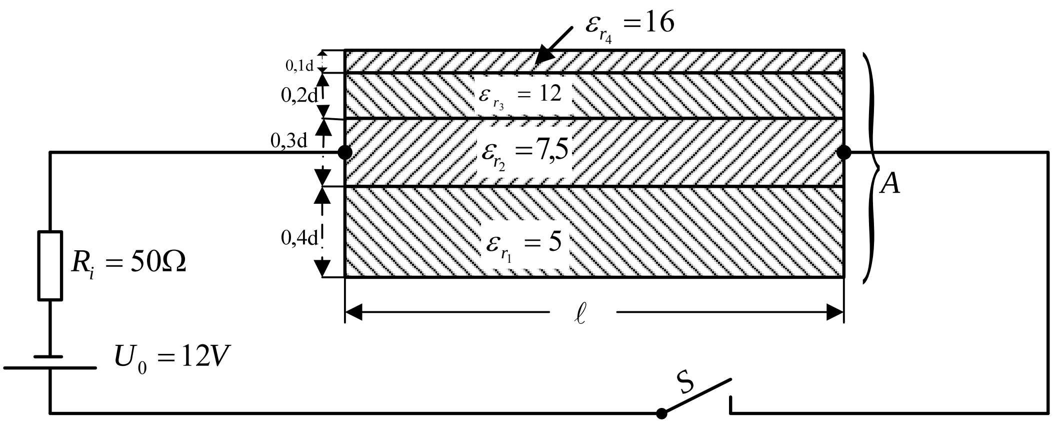
$$\frac{di}{dt} = -0{,}351\frac{A}{\mu\sec}$$

$$i(t = 12\mu\sec) = -0{,}3571A \cdot 12 = -4{,}285A$$

$$u = -4{,}285A(32+47)\Omega - 0{,}351 \cdot \frac{\cancel{A}}{10^{-6}\,\cancel{\sec}}(12{,}5+24{,}3+28{,}4)\cdot 10^{-3}\frac{V\,\cancel{\sec}}{\cancel{A}}$$

$$u = -338{,}52V - 0{,}351 \cdot 10^3 \cdot 65{,}2V = \underline{\underline{-23.419{,}32V}}$$

Üb. 16:
Der Kondensator mit längsgeschichtetem Dielektrikum
($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,A\sec/Vm$, $\ell = 1{,}5cm, A = 135cm^2$; Randeffekte können vernachlässigt werden) wird durch das Schließen des Schalters S auf eine Spannung aufgeladen.



a) Welche Ladung nimmt der Kondensator auf ?
b) Welche Teilladungen besitzen die vier schraffierten Gebiete ?

Lösung:

a) $$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} \cdot 0{,}4A}{\ell} = \frac{8{,}85.10^{-12}\,A\sec \cdot 5 \cdot 0{,}4 \cdot 135 \cdot 10^{-4}\,m^2}{1{,}5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot Vm} = \underline{\underline{15{,}93pF}}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} \cdot 0{,}3A}{\ell} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,A\sec \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 135 \cdot 10^{-4}\,m^2}{1{,}5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot Vm} = \underline{\underline{17{,}92pF}}$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_3} \cdot 0{,}2A}{\ell} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,A\sec \cdot 12 \cdot 0{,}2 \cdot 135 \cdot 10^{-4}\,m^2}{1{,}5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot Vm} = \underline{\underline{19{,}12pF}}$$

$$C_4 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_4} \cdot 0{,}1A}{\ell} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,A\sec \cdot 16 \cdot 0{,}1 \cdot 135 \cdot 10^{-4}\,m^2}{1{,}5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot Vm} = \underline{\underline{12{,}74pF}}$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = (15{,}93 + 17{,}92 + 19{,}12 + 12{,}74)pF = 65{,}71pF$$

$$Q_{ges} = C_{ges} \cdot U_0 = 65{,}71 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\sec}{V} \cdot 12V = \underline{\underline{7{,}885 \cdot 10^{-10}\,A\sec}}$$

b) $$Q_1 = C_1 U_0 = 15{,}93 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\sec}{V} \cdot 12V = \underline{\underline{1{,}912 \cdot 10^{-10}\,A\sec}}$$

$$Q_2 = C_2 U_0 = 17{,}92 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\sec}{V} \cdot 12V = \underline{\underline{2{,}150 \cdot 10^{-10}\,A\sec}}$$

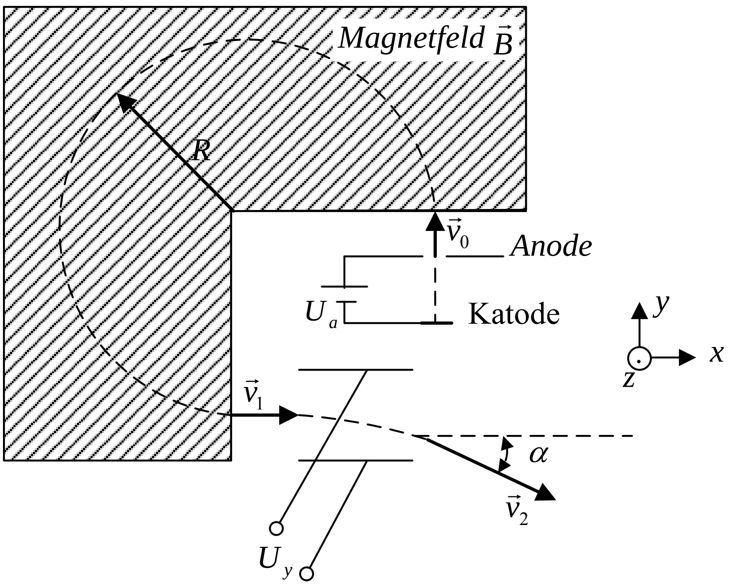
$$Q_3 = C_3 U_0 = 19{,}12 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\sec}{V} \cdot 12V = \underline{\underline{2{,}294 \cdot 10^{-10}\,A\sec}}$$

$$Q_4 = C_4 U_0 = 12{,}74 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\sec}{V} \cdot 12V = \underline{\underline{1{,}529 \cdot 10^{-10}\,A\sec}}$$

Üb.17:

Die aus der Katode austretenden Elektronen($e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,A\sec$, $m_0 = 9{,}108 \cdot 10^{-31}\,kg$) werden durch die Anodenspannung $U_a = 400V$ auf die Geschwindigkeit $\vec{v_0}$ beschleunigt. Anschließend durchlaufen die Elektronen auf einer Kreisbahn mit dem Radiu R=60cm das skizzierte Magnetfeld und erreichen mit der Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ das elektr. Ablenksystem (Plattenabstand c =1,3cm , Plattenlänge d = 1,4cm, $U_y = 155V$).

a) Wie groß ist die Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung ?
b) In welcher Zeit durchlaufen die Elektronen das magn. Ablenksystem?
c) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit $\vec{v_2}$.
d) Wie groß ist der Ablenkwinkel α ?



Lösung:

a) Aus Üb.1: $v_0 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot e \cdot U_a}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cancel{A}\ \cancel{sec} \cdot 400\ \cancel{V}}{9{,}108 \cdot 10^{-31} \dfrac{\cancel{VA}\ sec^{\cancel{3}\ 2}}{m^2}}} = 1{,}1862 \cdot 10^7 \dfrac{m}{sec} = 11.862 \dfrac{km}{sec}$

Aus 4.Bsp: $B = \dfrac{m_0 \cdot v_0}{e \cdot R} = \dfrac{9{,}108 \cdot 10^{-31}\, VA\, sec^3 \cdot 1{,}1862 \cdot 10^7\, m}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\, A\, sec \cdot m^2 \cdot 0{,}6m \cdot sec} = 1{,}124 \cdot 10^{-4} \dfrac{V\, sec}{m^2} = \underline{\underline{0{,}1124mT}}$

$\vec{F} = -e(\vec{V} \times \vec{B}) \Rightarrow \odot \vec{B}$, + z-Richtung $\quad \vec{B} = 0{,}1124mT \cdot \vec{e}_z$

b) Aus 4.Bsp: $v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{2\pi R}{t} = \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{\pi R}{t} = v_0$

$$t = \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi \cdot R}{v_0} = \frac{1{,}5 \cdot \pi \cdot 0{,}6m}{1{,}1862 \cdot 10^7 \dfrac{m}{sec}} = 2{,}383 \cdot 10^{-7} \sec = \underline{\underline{238{,}3n \sec}}$$

c) $E_y = \dfrac{U_y}{c} = \dfrac{155V}{1{,}3 \cdot 10^{-2} m} = 1{,}1923 \cdot 10^4 \dfrac{V}{m}$

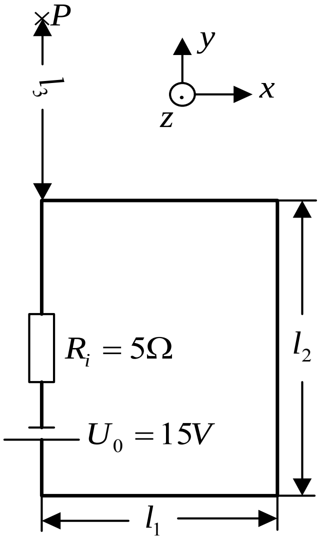
Aus Üb.1, b1) $\tan(\alpha) = \dfrac{d \cdot E_y}{2 \cdot U_a} = \dfrac{1{,}4 \cdot 10^{-2} m \cdot 1{,}1923 \cdot 10^4 \dfrac{V}{m}}{2 \cdot 400V} = 0{,}20865$

$v_1 = v_0$

Aus Üb.1, c1) $v_2 = v_1 \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)} = 11.862 \dfrac{km}{sec} \cdot \sqrt{1 + (0{,}20865)^2} = \underline{\underline{12.117{,}45 \dfrac{km}{sec}}}$

d) $\tan(\alpha) = 0{,}20865 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 11{,}79^\circ}}$

Üb.18:



Die skizzierte Drahtschleife hat einen Widerstand von R=3,5Ω. Die Dicke des sehr dünnen Drahtes kann vernachlässigt werden.

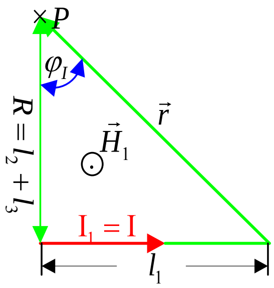
$l_1 = 13{,}5cm,\ \ l_2 = 16{,}2cm,\ \ l_3 = 8{,}7cm$

Wie groß ist die magnetische Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung im Punkt P ?

Lösung:

$$I = \frac{U_0}{R_i + R} = \frac{15V}{(5+3{,}5)\Omega} = 1{,}764A$$

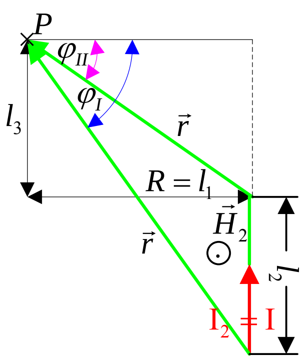
analog zum 8.Bsp: $H = \frac{I}{4\pi R}[\sin(\varphi)]\Big|_{\varphi_{II}}^{\varphi_I}$



$$\tan(\varphi_I) = \frac{l_1}{l_2 + l_3} = \frac{13{,}5}{16{,}2+8{,}7} = 0{,}542 \Rightarrow \varphi_I = 28{,}47^\circ, \varphi_{II} = 0,\ R = l_2 + l_3 = 24{,}9cm$$

$$H_1 = \frac{I_1}{4\pi(l_2+l_3)} \cdot \sin(\varphi_I) = \frac{1{,}764\,A}{4\pi \cdot 24{,}9cm} \cdot \sin(28{,}47^\circ) = 2{,}687.10^{-3}\,\frac{A}{cm} = 2{,}687\,\frac{mA}{cm}$$

$$\vec{H}_1 = 2{,}687\frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z$$

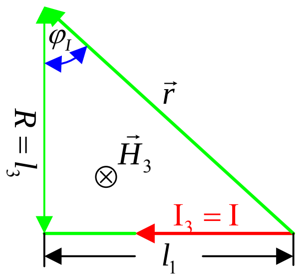


$$R = \ell_1,\ \ \tan(\varphi_I) = \frac{\ell_2 + \ell_3}{\ell_1} = \frac{24{,}9}{13{,}5} = 1{,}844 \Rightarrow \varphi_I = 61{,}53^\circ$$

$$\tan(\varphi_{II}) = \frac{\ell_3}{\ell_1} = \frac{8{,}7}{13{,}5} = 0{,}644 \Rightarrow \varphi_{II} = 32{,}8^\circ$$

$$H_2 = \frac{I}{4\pi\ell_1}[\sin(\varphi_I) - \sin(\varphi_{II})] = \frac{1{,}764A}{4\pi \cdot 13{,}5cm} \cdot \left[\sin(61{,}53^\circ) - \sin(32{,}8^\circ)\right]$$

$$H_2 = 10{,}398\frac{mA}{cm} \cdot [0{,}879 - 0{,}542] = 3{,}508\frac{mA}{cm} \quad , \quad \vec{H}_2 = 3{,}508\frac{mA}{cm} \cdot \vec{e}_z$$



$$R = l_3,\quad \tan(\varphi_I) = \frac{l_1}{l_3} = \frac{13{,}5}{8{,}7} = 1{,}551 \Rightarrow \varphi_I = 57{,}2^\circ$$

$$H_3 = \frac{I}{4\pi l_3}\cdot\sin(\varphi_I) = \frac{1{,}764A}{4\pi\cdot 8{,}7cm}\cdot\sin(57{,}2^\circ) = 13{,}56\frac{mA}{cm}$$

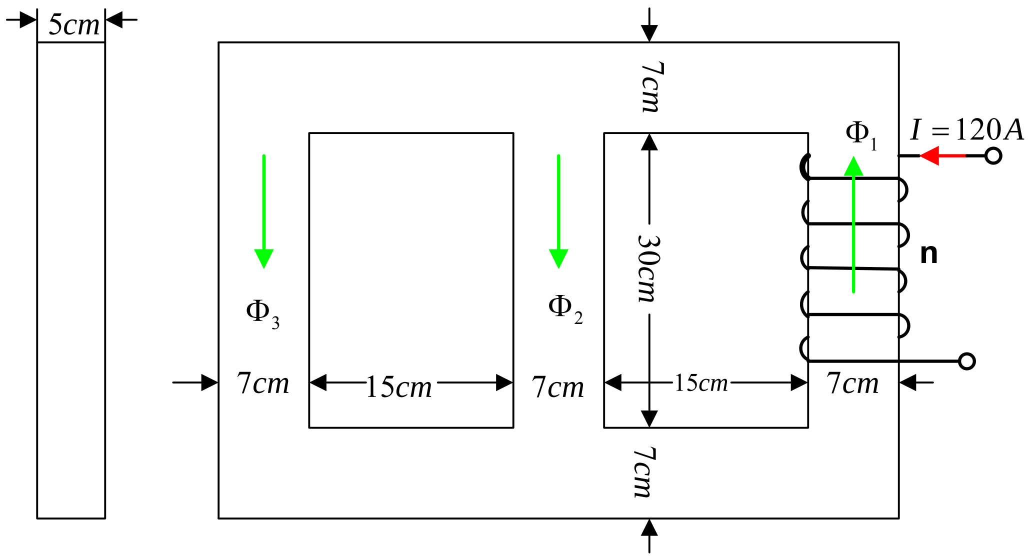
$$\vec{H}_3 = -13{,}56\frac{mA}{cm}\cdot\vec{e}_z$$

$$\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = [2{,}687 + 3{,}508 - 13{,}56]\frac{mA}{cm}\cdot\vec{e}_z = -7{,}365\frac{mA}{cm}\cdot\vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{ges} = \mu_0\cdot\vec{H}_{ges} = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{V\sec}{Am}\cdot(-7{,}365\cdot\frac{10^{-3}A}{10^{-2}m})\vec{e}_z = \underline{\underline{-9{,}255.10^{-7}\frac{V\sec}{m^2}\cdot\vec{e}_z}}$$

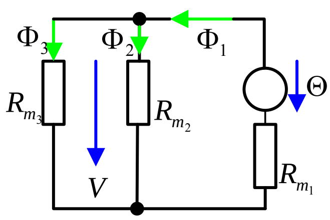
Üb.19:

Der skizzierte magn. Kreis , der aus Stahlguss aufgebaut ist , soll im linken Schenkel einen Fluss von 3,5 mVsec besitzen . Benutzen Sie zur Berechnung die Magnetisierungskurven auf der Seite 36 des Skripts.



Ermitteln Sie die Windungszahl **n.**

Lösung:



$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0\mu_r A} = \frac{l_1}{A}\cdot\frac{H_1}{B_1};\ l_1 = [2(15+3{,}5+3{,}5)+30+3{,}5+3{,}5]cm = 81cm$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0\mu_r A} = \frac{l_2}{A}\cdot\frac{H_2}{B_2};\ l_2 = [30+3{,}5+3{,}5]cm = 37cm$$

$$R_{m_3} = \frac{l_3}{\mu_0\mu_r A} = \frac{l_3}{A}\cdot\frac{H_3}{B_3};\ l_3 = l_1 = 81cm$$

$$A = 5\cdot 7cm^2 = 35cm^2\ ;\ V = \Phi_2\cdot R_{m_2} = \Phi_3\cdot R_{m_3};$$

$$\Phi_2 = \Phi_3 \cdot \frac{R_{m_3}}{R_{m_2}} = \Phi_3 \cdot \frac{\ell_3}{\cancel{A}} \cdot \frac{H_3}{B_3} \cdot \frac{\cancel{A} \cdot B_2}{\ell_2 \cdot H_2} = \Phi_3 \cdot \frac{\ell_3}{\ell_2} \cdot \frac{H_3}{H_2} \cdot \frac{\Phi_2 / \cancel{A}}{\Phi_3 / \cancel{A}}$$

$$\Phi_2 = \Phi_2 \cdot \frac{l_3}{l_2} \cdot \frac{H_3}{H_2} \Rightarrow H_2 = \frac{l_3}{l_2} \cdot H_3$$

$$\Phi_3 = 3,5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec} \Rightarrow B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec}}{35\,\mathrm{cm}^2} = 1,000 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$B_3 = 1,000\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} = 10.000 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} \quad \text{aus Kennlinie} \quad \Rightarrow H_3 = 3,0\,\frac{A}{cm}$$

$$H_2 = \frac{l_3}{l_2} \cdot H_3 = \frac{81}{37} \cdot 3,0\,\frac{A}{cm} = 6,57\,\frac{A}{cm} \quad \text{aus Kennlinie} \quad B_2(H_2) = 12.800.10^{-4}\,\frac{V\sec}{m^2}$$

$$\Phi_2 = B_2 \cdot A = 1,28\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} \cdot 35 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 = 4,48\,\mathrm{mV\,sec}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = (4,48 + 3,5)\,mV\sec = 7,98\,mV\sec$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{7,98 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V\,sec}}{35 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 2,28\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} = 22.800 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2}$$

Aus Kennlinie $\Rightarrow H_1(B_1) = 1900\,\frac{A}{cm}$

$$\Theta = n \cdot I = \Phi_1 \cdot R_{m_1} + \Phi_2 \cdot R_{m_2} = B_1 \cdot A \cdot \frac{l_1}{A} \cdot \frac{H_1}{B_1} + B_2 \cdot A \cdot \frac{l_2}{A} \cdot \frac{H_2}{B_2}$$

$$n \cdot I = l_1 \cdot H_1 + l_2 \cdot H_2$$

$$n = \frac{l_1 H_1 + l_2 H_2}{I} = \frac{81\,\mathrm{cm} \cdot 1900\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}} + 37\,\mathrm{cm} \cdot 6,57\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}}{120\,\mathrm{A}} = \frac{15,41 \cdot 10^4}{120} = \underline{\underline{1285\,\mathrm{Wdg}}}$$

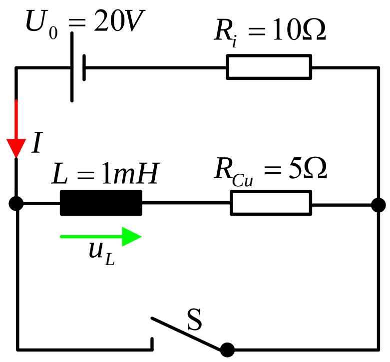
Üb.20:

Eine vom Gleichstrom I durchflossene Spule wird zur Zeit t = 0 durch das Schließen des Schalters S kurzgeschlossen.

a) Berechnen Sie den Spulenstrom zur Zeit t = 1msec.

b) Wie groß ist die eingezeichnete Spulenspannung u_L für die Zeiten

$t_1 = -1\,\mathrm{m\,sec}$, $t_2 = 0$, $t_3 = 1\,\mathrm{m\,sec}$?



Lösung:

a) Aus 31.Bsp: $I = \frac{U_0}{R_i + R_{Cu}} = \frac{20V}{(10+5)\Omega} = 1{,}33A$

b)

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{L}{R_{Cu}} = \frac{10^{-3} V\sec}{5\frac{V}{A}\cdot A} = 2\cdot 10^{-4}\sec$$

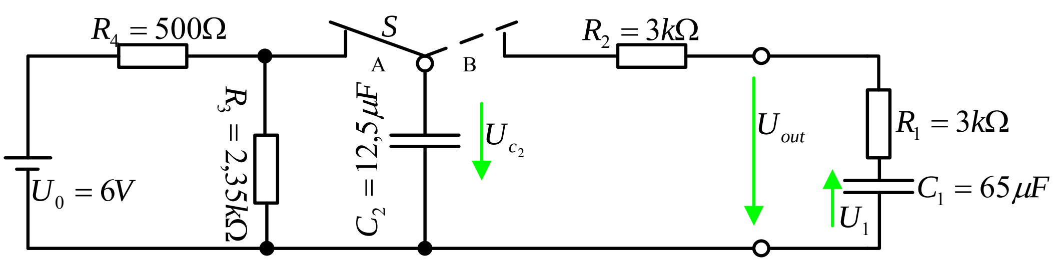
$$\mathrm{i(t = 1m\sec) = 1{,}33A \cdot e^{-\frac{1\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-4}}} = 1{,}33A \cdot e^{-5} = 8{,}96mA}$$

b) $t_1 = -1m\sec$ (vor dem Schalten, Gleichstrom) $\Rightarrow \underline{\underline{u_L(t_1) = 0}}$

$t_2 = 0:$ aus 31. Bsp: $u_L(t_2) = -I \cdot R_{Cu} \cdot e^{\frac{-t_2}{\tau}} = -I \cdot R_{Cu} = -1{,}33A \cdot 5\Omega = \underline{\underline{-6{,}65V}}$

$t_3 = 1m\sec:$ $u_L(t_3) = -I \cdot R_{Cu} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = -6{,}65V \cdot e^{-5} = \underline{\underline{-44{,}81mV}}$

Üb.21:



Während der Schalterstellung **A** liegt an der Kapazität C_1 die Spannung $U_1 = 3V$.
Nach dem Umschalten des Schalter S (Position **B**) wird solange gewartet, bis alle Ausgleichsvorgänge abgeklungen sind.

a) Ermitteln Sie die Spannung U_{out}.

b) Welche Energien wurden in den Widerständen R_1 und R_2 in Wärme umgesetzt ?

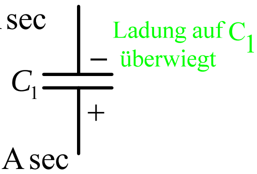
Lösung:

a) Vor dem Umschalten:

$$\frac{U_{c_2}}{U_0} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \Rightarrow U_{c_2} = U_0 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 6V \cdot \frac{2{,}35}{2{,}85} = 4{,}947V$$

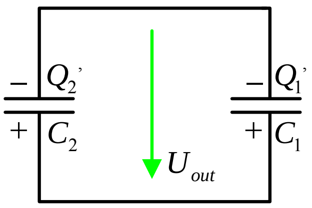
$$Q_2 = C_2 \cdot U_{c_2} = 12{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{A\,sec}}{\mathrm{V}} \cdot 4{,}947\mathrm{V} = 6{,}184 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A\,sec}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 65 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{A\,sec}}{\mathrm{V}} \cdot 3\mathrm{V} = 19{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A\,sec}$$



$$Q_{ges} = Q_2 - Q_1 = (19{,}5 - 6{,}184) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A\,sec} = 13{,}316 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A\,sec}$$

Nach dem Schalten :



$$C_{ges} = C_1 + C_2 = (65 + 12{,}5)\mu F = 77{,}5\mu F$$

$$Q_{ges}' = Q_1' + Q_2' = Q_{ges} = 13{,}316 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A\,sec}$$

$$U_{out} = -\frac{Q_{ges}'}{C_{ges}} = \frac{-13{,}316 \cdot 10^{-5}\,\cancel{\mathrm{A\,sec}}}{77{,}5 \cdot 10^{-6}\,\frac{\cancel{\mathrm{A\,sec}}}{\mathrm{V}}} = \underline{\underline{-1{,}718\mathrm{V}}}$$

b) Energiebilanz : $W = \frac{1}{2}CU^2$

1. Vor dem Schalten:

$$W_1 = \frac{1}{2}C_1U_1^2 + \frac{1}{2}C_2U_2^2 = \frac{1}{2}\left[65 \cdot 3^2 + 12{,}5 \cdot 4{,}947^2\right] \cdot 10^{-6}\,\mathrm{VA\,sec} = 4{,}4546 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\,sec}$$

2. Nach dem Schalten und der Umladung:

$$W_2 = \frac{1}{2}C_1U_{out}^2 + \frac{1}{2}C_2U_{out}^2 = \frac{U_{out}^2}{2} \cdot (C_1 + C_2) = \frac{1{,}718^2}{2} \cdot 77{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{W\,sec} = 1{,}1437 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\,sec}$$

$$\Delta W = W_1 - W_2 = (4{,}4546 - 1{,}1437) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\,sec} = 3{,}3109 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\,sec}$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow W_1 = W_2 = \frac{\Delta W}{2} = \underline{\underline{1{,}6555 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\,sec}}}$$

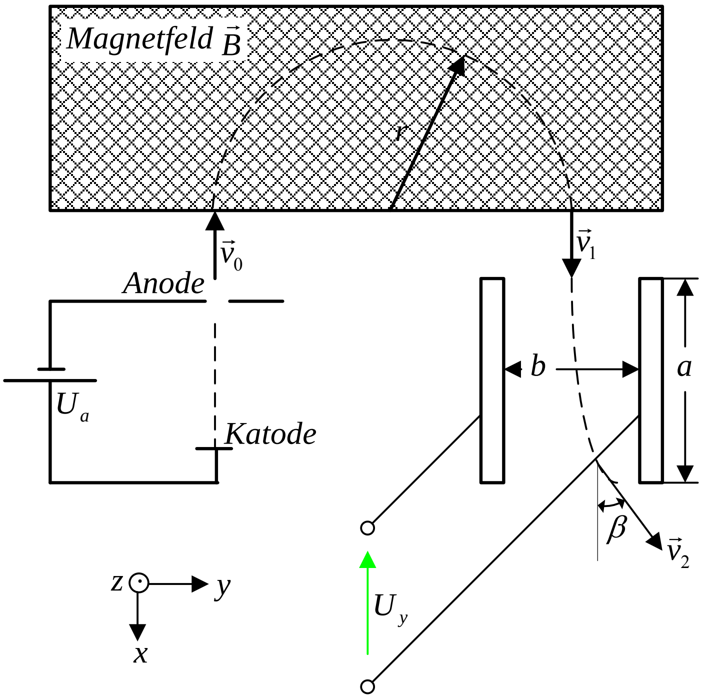
Üb.22:

Die aus der Katode austretenden Elektronen ($e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,sec}$, $m_0 = 9{,}108 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$) werden durch die Anodenspannung U_a auf die Geschwindigkeit v_0 beschleunigt. Anschließend durchlaufen die Elektronen das skizzierte Magnetfeld auf einer Kreisbahn und erreichen mit der Geschwindigkeit v_1 das elektrische Ablenksystem ($a = 5{,}1\mathrm{cm}$, $U_y = 440\mathrm{V}$). Die Geschwindigkeit nach der Ablenkung ($\beta = 31^\circ$) beträgt $v_2 = 29500 km/\sec$.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_1 ?

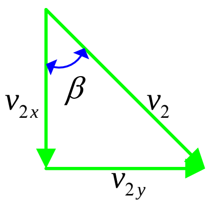
b) Welchen Abstand b besitzen die Ablenkplatten ?

c) Wie groß ist der Radius r der Elektronen-Kreisbahn , wenn das Magnetfeld eine Induktion B=1,45mT besitzt ?



Lösung:

a)



$$v_1 = v_{2x} \qquad \cos(\beta) = \frac{v_{2x}}{v_2}$$

$$v_1 = v_{2x} = v_2 \cdot \cos(\beta) = 29.500\frac{km}{sec} \cdot \cos(31^\circ) = \underline{\underline{25.286{,}44\frac{km}{sec}}}$$

b) analog zu Üb.1: $v_0^2 = \frac{2eU_a}{m_0} \qquad v_0 = v_1$

$$U_a = \frac{v_0^2 \cdot m_0}{2e} = \frac{v_1^2 \cdot m_0}{2e} = \frac{(2{,}528644 \cdot 10^7 \frac{m}{sec})^2 \cdot 9{,}108 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{VA\,sec^3}}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,sec \cdot m^2}} = \underline{\underline{1{,}8176\,\mathrm{kV}}}$$

$$E_y = \tan(\beta) \cdot \frac{2U_a}{a}$$

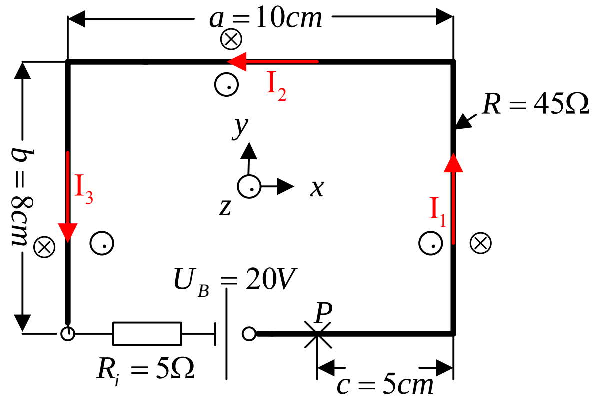
$$U_y = E_y \cdot b = \tan(\beta) \cdot \frac{2U_a}{a} \cdot b \Rightarrow b = \frac{U_y}{U_a} \cdot \frac{a}{2 \cdot \tan(\beta)}$$

$$b = \frac{440\,\mathrm{V} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{1{,}8176 \cdot 10^3\,\mathrm{V} \cdot 2 \cdot \tan(31^\circ)} = \underline{\underline{10{,}27\,\mathrm{mm}}}$$

c) analog 3.Bsp.: $r = \frac{m_0 \cdot v_0}{e \cdot B}$

$$r = \frac{9{,}108\cdot 10^{-31}\,\cancel{\text{V}}\,\text{A}\,\cancel{\sec^3}\cdot 2{,}528644\cdot 10^{7}\,\dfrac{\text{m}}{\cancel{\sec}}}{1{,}602\cdot 10^{-19}\,\cancel{\text{A}\sec}\cdot\cancel{\text{m}^2}\cdot 1{,}45\cdot 10^{-3}\,\dfrac{\cancel{\text{V}\sec}}{\cancel{\text{m}^2}}} = \underline{\underline{9{,}915\text{cm}}}$$

Üb.23:



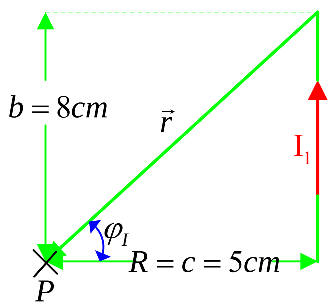
Eine Spannungsquelle U_B mit dem Innenwiderstand R_i treibt einen Strom I durch die skizzierte Drahtanordnung mit dem Widerstand R. Die Dicke des sehr dünnen Drahtes kann vernachlässigt werden.

Wie groß ist die magnetische Induktion $\vec{B}$ nach Betrag und Richtung im Punkt P ?

Lösung:

$$I = \frac{U_B}{R_i + R} = \frac{20V}{50\Omega} = 0{,}4A$$

Der Draht auf der Höhe von R_i und U_B erzeugt im Punkt P kein magnetisches Feld. Die beiden vertikalen Drähte erzeugen im Punkt P das gleiche Feld $B_1 = B_3$ ..

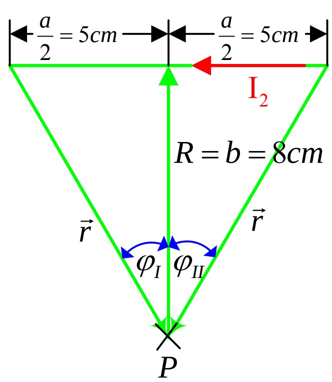


Analog zum 8.Bsp. $H = \dfrac{I}{4\pi R}\left[\sin(\varphi)\right]\Big|_{\varphi_{II}}^{\varphi_I}$

$$\tan(\varphi_1) = \frac{b}{c} = \frac{8}{5} = 1{,}6 \Rightarrow \varphi_I = 58^\circ,\ \varphi_{II} = 0,\ R = c$$

$$H_1 = H_3 = \frac{I}{4\pi c}\cdot\sin(\varphi_I) = \frac{0{,}4A}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}\text{m}}\cdot\sin(58^\circ) = 0{,}5399\frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_3 = 0{,}5399\frac{A}{m}\cdot\vec{e}_z$$



$$\tan(\varphi_I) = \tan(\varphi_{II}) = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{5}{8} = 0{,}625 \Rightarrow \varphi_I = \varphi_{II} = 32^\circ$$

$$H_2 = \frac{I}{4\pi b}\cdot\left[\sin(\varphi)\right]\Big|_{\varphi_{II}=-32^\circ}^{\varphi_I=32^\circ} = \frac{I}{4\pi b}\cdot\left[\sin(32^\circ) - \sin(-32^\circ)\right]$$

$$H_2 = \frac{0{,}4A}{4\pi\cdot 8\cdot 10^{-2}\text{m}}\cdot\left[\sin(32^\circ) + \sin(+32^\circ)\right] = 0{,}4217\frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\vec{H}_2 = 0{,}4217\frac{A}{m}\cdot\vec{e}_z$$

$$\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = (0{,}5399 + 0{,}4217 + 0{,}5399) \cdot \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z = 1{,}5015 \cdot \frac{A}{m} \cdot \vec{e}_z$$

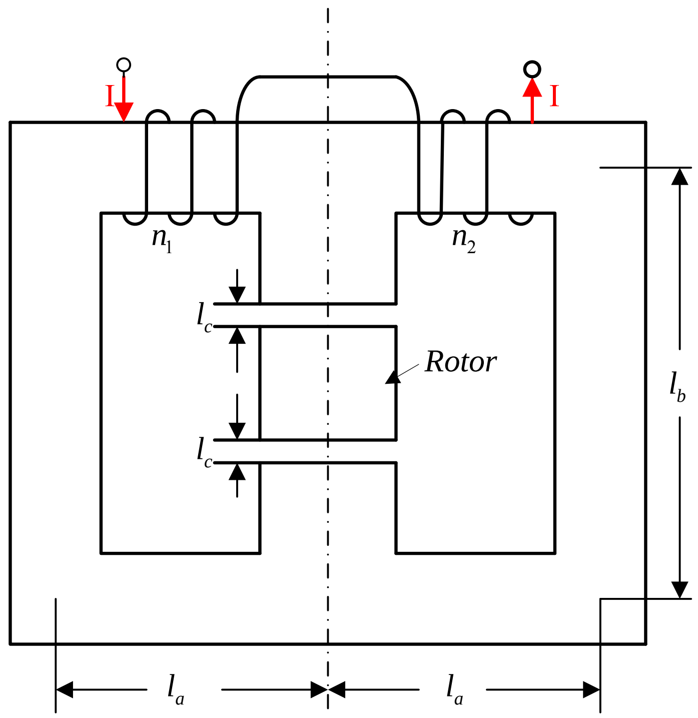
$$\vec{B}_{ges} = \mu_0 \cdot \vec{H}_{ges} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V sec}}{\text{Am}} \cdot 1{,}5015 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot \vec{e}_z = \underline{\underline{1{,}8868 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V sec}}{\text{m}^2} \cdot \vec{e}_z}}$$

Üb.24:

Gegeben ist der skizzierte Elektromotor mit einer geteilten Wicklung ($n_1 = n_2$). Der magnetische Kreis besteht aus Dynamoblech und hat überall den gleichen Querschnitt A. Die Induktion im Rotor beträgt $B_R = 1{,}4\text{T}$. Benutzen Sie zur Berechnung die Magnetisierungskurven auf der S.36 des Skripts.

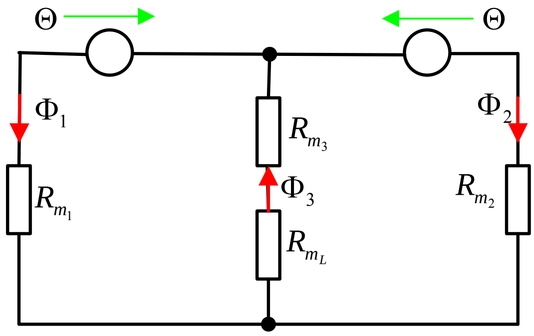
$l_a = 25\text{cm}$, $l_b = 30\text{cm}$, $l_c = 0{,}14\text{cm}$, I=10A

a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Kreises und tragen Sie die Richtung der Flüsse ein.
b) Ermitteln Sie die erforderlichen Windungszahlen $n_1 = n_2$.



Lösung:

a) $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$



b)

$$R_{m_1} = R_{m_2} = \frac{2 \cdot l_a + l_b}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{2l_a + l_b}{A} \cdot \frac{H_{1,2}}{B_{1,2}}$$

$$R_{m_3} = \frac{l_b - 2 \cdot l_c}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{l_b - 2l_c}{A} \cdot \frac{H_3}{B_3}$$

$$R_{m_L} = \frac{2 \cdot l_c}{\mu_0 A} = \frac{2 \cdot l_c}{A} \cdot \frac{H_L}{B_L}$$

Symmetrischer Aufbau $\Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$

A = const. $\Rightarrow B_1 = B_2$

μ_r = const. $\Rightarrow H_1 = H_2$

$$\Phi_3 = B_3 \cdot A = B_L \cdot A \Rightarrow B_L = B_3 = B_R = 1{,}4T$$

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1{,}4\ \cancel{\mathrm{V\,sec}}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\cancel{\mathrm{V\,sec}}}{\mathrm{A}\cancel{\mathrm{m}}} \cdot \mathrm{m}^{\cancel{2}}} = 1{,}114 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

$$B_3 = B_R = 14000 \cdot 10^{-4} \frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2} \Rightarrow \text{ aus Kennlinie } H_3 = 11{,}5 \frac{A}{cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_1 \\ \Phi_1 = \Phi_2 = \frac{\Phi_3}{2} \end{array}\right\} B_1 \cdot A = B_2 \cdot A = \frac{B_3 \cdot A}{2} \Rightarrow B_1 = B_2 = \frac{B_3}{2} = 7000 \cdot 10^{-4} \frac{\mathrm{V\,sec}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\Rightarrow \text{Aus Kennlinie } H_1 = H_2 = 1{,}5 \frac{A}{cm}$$

$$\Phi_1 \cdot R_{m_1} - \Theta + \Phi_3 \cdot (R_{m_3} + R_{m_L}) = 0$$

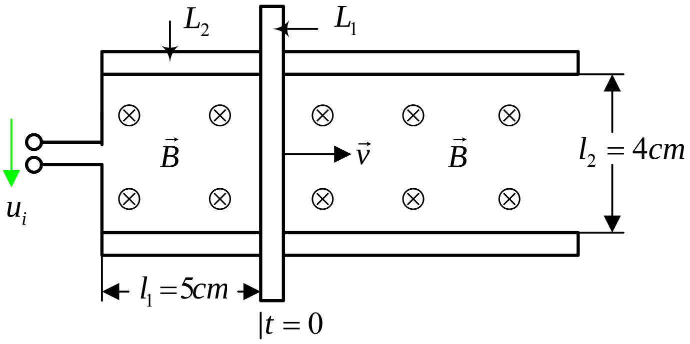
$$\Theta = n_1 \cdot I = \Phi_1 \cdot R_{m_1} + \Phi_3 \cdot R_{m_3} + \Phi_3 \cdot R_{m_L}$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot I = \frac{\cancel{B_1} \cdot \cancel{A}(2\ell_a + \ell_b) \cdot H_1}{\cancel{A} \cdot \cancel{B_1}} + \frac{\cancel{B_3} \cdot \cancel{A}(\ell_b - 2\ell_c) H_3}{\cancel{A} \cdot \cancel{B_3}} + \frac{\cancel{B_L} \cdot \cancel{A} \cdot 2\ell_c \cdot H_L}{\cancel{A} \cdot \cancel{B_L}}$$

$$n_1 = n_2 = \frac{(2l_a + l_b) H_1 + (l_b - 2l_c) H_3 + 2l_c \cdot H_L}{I}$$

$$n_1 = n_2 = \frac{(2\cdot 25+30)\cancel{cm}\cdot 1{,}5\frac{\cancel{A}}{\cancel{cm}} + (30-0{,}028)\cancel{cm}\cdot 11{,}5\frac{\cancel{A}}{\cancel{cm}}\cdot 2\cdot 0{,}014\cancel{cm}\cdot 1{,}114{,}10^4\frac{\cancel{A}}{\cancel{cm}}}{10\cancel{A}} = \underline{\underline{77{,}66 \approx 78}}$$

Üb.25:

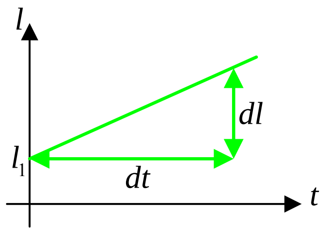


Gegeben seien zwei Leiter L_1 und L_2, die sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ befinden, das sich zeitlich nach der Beziehung $B(t) = \hat{B}\cdot\cos(\omega t)$ $(f = 125Hz\ ,\ \hat{B} = 1{,}4T)$ ändert. Der Leiter L_1 werde auf dem Leiter L_2 unter Beibehaltung einer elektr. Verbindung mit der Geschwindigkeit v = 100 km/h entlang gezogen .
Bei t = 0 sei $\ell_1 = 5cm$.
Wie groß ist die induzierte Spannung u_i zum Zeitpunt t = 1msec ?

Lösung:

Aus Üb.33: $u_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{A}) = -\vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt} - \vec{B}\cdot\frac{d\vec{A}}{dt}$

$$\frac{dB}{dt} = -\omega\cdot\hat{B}\cdot\sin(\omega t)$$



$$\ell = \ell_1 + \underbrace{\frac{d\ell}{dt}}_{v}\cdot t = \ell_1 + v\cdot t$$

$$A = \ell\cdot\ell_2 = \ell_2(\ell_1 + v\cdot t)$$

$$\frac{dA}{dt} = \ell_2\cdot v$$

$$u_i = -\ell_2(\ell_1 + v\cdot t)\cdot(-\omega\hat{B}\cdot\sin(\omega t)) - \hat{B}\cdot\cos(\omega t)\cdot\ell_2\cdot v$$

$$u_i = \ell_2\cdot\hat{B}\cdot\left[(\ell_1 + v\cdot t)\cdot\omega\cdot\sin(\omega t) - v\cdot\cos(\omega t)\right]$$

$$\omega t = 2\pi \cdot \frac{125}{\sec} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \sec = 0,785 \mathrel{\hat{=}} 45^\circ$$

$$u_i = 4 \cdot 10^{-2}\, \cancel{m} \cdot 1,4 \frac{V \sec}{m^{\cancel{2}}} \cdot \left[(5 \cdot 10^{-2} m + \frac{100 \cdot 10^3}{3600} \frac{m}{\cancel{\sec}} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\, \cancel{\sec}) \cdot 2\pi \cdot \frac{125}{\sec} \cdot \sin(45^\circ) - 27,778 \frac{m}{\sec} \cdot \cos(45^\circ) \right]$$

$$u_i = 5,6 \cdot 10^{-2} \frac{V\, \cancel{\sec}}{\cancel{m}} \left[(5 \cdot 10^{-2} + 2,7778 \cdot 10^{-2})\, \cancel{m} \cdot \frac{555,28}{\cancel{\sec}} - 19,639 \frac{\cancel{m}}{\cancel{\sec}} \right]$$

$$u_i = 5,6 \cdot 10^{-2} V \cdot [43,188 - 19,639] = \underline{\underline{1,318 V}}$$